Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің ХАБАРШЫСЫ.
ISSN: 2616-7263. eISSN: 2663-1261
ТЕХНИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМДАР ЖӘНЕ ТЕХНОЛОГИЯЛАР СЕРИЯСЫ / TECHNICAL SCIENCES AND TECHNOLOGY SERIES/ СЕРИЯ ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИИ

МРНТИ 06.81.23 https://doi.org/10.32523/2616-7263-2024-149-4-269-281
Научная статья

Методика построения глобальной матрицы жесткости для решения задач напряженно-деформированного состояния конструкций с использованием метода конечных элементов

А.Е. Тойлыбаев[1], А.С.Айтхожина[2], С.Р. Турсынбекова[2], Ө.Әбдірашев[2], У.А.Усипбаев[3], Т.Муташ[2]

[1]*ALT университет им. М.Тынышпаева, Алматы*
[2Н]*АО «Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева», Астана, Казахстан*
[3]*ЮКУ имени М. Ауезова, Шымкент*

*(E-mail: *muldagaliyeva.ainur@gmail.com)*

Аннотация. В статье рассматриваются методы построения матрицы жесткости систем на основании матриц жесткости конечных элементов. Описывается один из эффективных способов регулярной дискретизации расчетной области, что позволяет более точно учитывать внешние нагрузки, включая силы тяжести. Приведены формулы для расчета узловых нагрузок и их взаимосвязей в контексте пространственного моделирования. Также обсуждаются особенности нумерации узлов и адресации элементов глобальной матрицы жесткости, что обеспечивает адекватную модель для анализа напряженно-деформированного состояния конструкций. Применение предложенного метода позволяет эффективно определять реакции конструкций дорожных одежд на нагрузки от транспортных средств. Обсуждаются основные этапы формирования системы уравнений для расчета прочностных характеристик конструкций, включая выбор конечных элементов, формулировку локальных матриц жесткости, их трансформацию в глобальную систему координат и последующую сборку глобальной матрицы жесткости. Особое внимание уделено вопросам корректного учета граничных условий и методов оптимизации вычислений. Приведены алгоритмы, позволяющие автоматизировать процесс формирования матрицы, а также минимизировать погрешности, связанные с численной реализацией метода. Описанные подходы иллюстрируются примерами, демонстрирующими эффективность предложенных решений при моделировании сложных конструкций. Рассматривается влияние сеточной дискретизации на точность расчетов и стабильность решений.

Ключевые слова: метод конечных элементов, матрица жесткости, напряженно-деформированное состояние, транспортные нагрузки, регулярная дискретизация, узловые нагрузки, глобальная матрица жесткости, конструкция дорожных одежд.

Поступила 05.12.2024. Доработана 07.12.2024. Одобрена 12.12.2024. Доступна онлайн 31.12.2024

[1]*автор корреспонденции

Введение

Методику построения матрицы жесткости системы с использованием метода конечных элементов (МКЭ) необходимо сформулировать с учетом важности данного подхода для анализа напряженно-деформированного состояния конструкций. Этот метод является основой для решения задач, связанных с механикой материалов и строительной механикой, в том числе при проектировании дорожных конструкций. В последние годы метод конечных элементов активно используется для численного моделирования различных типов нагрузок и воздействия на элементы конструкций, что позволяет точно оценивать их прочностные характеристики и деформационные свойства.

В данном исследовании рассматривается эффективный способ построения глобальной матрицы жесткости системы [K] через объединение матриц жесткости отдельных элементов [k], который применяется при регулярной дискретизации расчетной области на конечные элементы. Метод МКЭ, в рамках которого внешние силы воспринимаются узловыми точками элементов, позволяет получить точное решение задач, связанных с анализом напряжений и деформаций в различных строительных структурах, включая дорожные покрытия.

Мы используем методику, основанную на разбиении объемных элементов на тетраэдры, что упрощает учет их взаимодействий и позволяет строить точные модели для сложных конструкций. Особое внимание уделяется правильному распределению сил тяжести и узловых нагрузок, что также важно для моделирования в рамках МКЭ.

Данная методика, представившая собой систему уравнений для сил в каждой узловой точке, позволяет учитывать разнообразные воздействия и точным образом прогнозировать поведение конструкций, в том числе под воздействием транспортных нагрузок. Это особенно актуально для дорожных сооружений, где эффективное распределение усилий и корректная оценка деформаций обеспечивают безопасность и долговечность конструкции.

Методология

Известно несколько способов построения матрицы жесткости системы [K] из матриц жесткости элементов [k] при решении задач о напряженно-деформированном состоянии элементов конструкций и сооружений [1, 2]. Мы воспользуемся одним из них, который является более эффективным при регулярной дискретизации расчетной области на совокупность конечных элементов. В методе конечных элементов внешние силы считаются приложенными в узлах. Вектор узловых сил записывается

$$\{F\}=\{F_{xi}, F_{xj}, \ldots, F_{zl}\}^{T}. \qquad (1)$$

В случае необходимости учета сил тяжести вес каждого элемента определяется путем умножения его объема на объемный вес материала соответствующего слоя конструкции (или элемента), который делится поровну между узлами, окружающими элемент. Если в узле i сходятся вершины нескольких элементов, то узловые нагрузки определяются по формуле:

$$Y_i = \frac{1}{t}\sum_{m=1}^{t} V_m \gamma_m, \qquad x_i = y_i = 0, \tag{2}$$

где t – количество элементов, сходящихся в узле;

V_m – объем элемента;

γ_m – объемный вес материала элемента.

Регулярная разбивка расчетной области позволяет легко устанавливать взаимосвязь в нумерации узловых точек, входящих в так называемое «i-объединение» произвольного узла с номером i аналитическими зависимостями. На контуре, т.е. на поверхностях расчетной области тип «i-объединения» отличается от «i-объединений», расположенных внутри области. Нумерацию узлов производим, начиная с верхней поверхности в направлении оси ОХ. Если обазначим: NN – число узлов в направлении У; NM – число узлов в направлении X; NB – число узлов в направлении Z, то общее число узлов:

$$NP = NN \cdot NM \cdot NB. \tag{3}$$

Число узлов на вертикальной плоскости:

$$NP = NN \cdot NM\,. \tag{4}$$

Воспользуясь этими обозначениями, определим взаимосвязь всех узлов, входящих в «i-объединение».

Известен способ разделения «кирпичика» с номером i на 6 тетраэдров, имеющих общую вершину также с номером i. Сначала кирпичики делятся на две части при помощи плоскости, проходящей через вершины 1, 7, 8 и 2 (i, i + NN+NP, i +NN+NP+1 и i+1). Правую часть обозначим через Н=0, а левую – Н=1.

Каждая из этих частей, в свою очередь, делится на три тетраэдра. Присвоим им индексы С=0, С=1, С=2. Для всех шести тетраэдров общим узлом будет i. Остальные узлы, обозначаемые через j, k и I нумеруются следующим образом. Если смотреть со стороны вершины i рассматриваемого тетраэдра, то вершины имеют номера j, k и l последовательно при обходе против часовой стрелки.

Общие выражения для вычисления номеров вершин-узлов любого элемента I-тетраэдра, входящего в «кирпичик», записываются следующими формулами:

$$i = NN \cdot (M-1) + N + (B-1) \cdot NP, \tag{5}$$

$$j = i + 1 + NN \cdot (1-H) + NP \cdot H, \tag{6}$$

$$\begin{gathered} k = i + NN \cdot (1-H) + NN \cdot H \cdot ((3c-c^2) \cdot 0{,}5+ \\ +(3c-c^2) \cdot 0{,}5.NP + (1-H) \cdot (2c-c^2)+ \\ +H \cdot (1-(2c-c^2), \end{gathered} \tag{7}$$

$$l=NN\cdot(1-(2c\cdot c^2))+NP\cdot H+NP(1-H)\cdot(1-(2c\cdot c^2))+ \\ +(1-H)\cdot(3c\cdot c^2)\cdot 0,5+(1-(3c\cdot c^2)\cdot 0,5)\cdot H+i \qquad (8)$$

Так как максимальное число узлов, входящих в “i – объединение”, равно 19, при рассмотрении пространственных задач механики число коэффициентов и компонент перемещений будет равно 57 в каждом уравнении равновесия. На граничных поверхностях расчетной области, где число узлов, входящих в “i-объединение”, меньше 57, сохраняется та же форма записи уравнений. Но при составлении МЖС коэффициенты при компонентах перемещений узлов, являющихся фиктивными, приравниваются нулю.

Общая форма записи уравнение МКЭ для горизонтальных составляющих сил в этом случае имеет вид.

$$F[i] = K[i,1]\cdot U[i-NN-NP-1]+K[i,2]\cdot U[i-NP-1]+K[i,3]\cdot U[i-NN-NP]+$$

$$+K[i,4]\cdot U[i-NP]+K[i,5\cdot U[i-NN-1]+K[i,6]\cdot U[i-1]+K[i,7]\cdot U[i-NN]+$$

$$+K[i,8]\cdot U[i]+K[i,9]\cdot U[i+NN]+K[i,10]\cdot U[i+1]+K[i,11]\cdot U[i+NN+1]+$$

$$+K[i,12]\cdot U[i+NP]+K[i,13]\cdot U[i+NN+NP]+K[i,14]\cdot U[i+NP+1]+$$

$$+K[i,15]\cdot U[i+NN+NP+1]+K[i,16]\cdot U[i+NP-1]+K[i,17]\cdot U[i+NN-1]+$$

$$+K[i,18]\cdot U[i-NN+1]+K[i,19]\cdot U[i-NP+1]+K[i,20]\cdot U[i-NN-NP-1+NPP]+$$

$$+K[i,21]\cdot U[i-NP-1+NPP]+K[i,22]\cdot U[i-NN-NP+NPP]+$$

$$+K[i,23]\cdot U[i-NP+NPP]+K[i,24]\cdot U[i-NN-1+NPP]+K[i,25]\cdot U[i-1+NPP]+$$

$$+K[i,26]\cdot U[i-NN+NPP]+K[i,27]\cdot U[i+NPP]+K[i,28]\cdot U[i+NN+NPP]+$$

$$+K[i,29]\cdot U[i+1+NPP]+K[i,30]\cdot U[i+NN+1+NPP]+K[i,31]\cdot U[i+NP+NPP]+$$

$$+K[i,32]\cdot U[i+NN+NPP]+K[i,33]\cdot U[i+NP+1+NPP]+$$

$$+K[i,34]\cdot U[i+NN+NPP]+K[i,35]\cdot U[i+NP-1+NPP]+$$

$$+K[i,36]\cdot U[i+NN-1+NPP]+K[i,37]\cdot U[i-NN+1+NPP]+$$

$$+K[i,38]\cdot U[i-NP+1+NPP]+K[i,39]\cdot U[i-NN-NP1+NPP2]+$$

$$+K[i,40]\cdot U[i-NP-1+NPP2]+K[i,41]\cdot U[i-NN-NP+NPP2]+$$

ISSN: 2616-7263. eISSN: 2663-1261

+K[i,42]·U[i-NP+NPP2]+K[i,43]·U[i-NN-1+NPP2]+

+K[i,44]·U[i-1+NPP2]+K[i,45]·U[i-NN+NPP2]+

+K[i,46]·U[i+NPP2]+K[i,47]·U[i+NN+NPP2]+K[i,48]·U[i+1+NPP2]+

+K[i,49]·U[i+NN+1+NPP2]+K[i,50]·U[i+NP+NPP2]+

+K[i,51]·U[i+NN+NP+NPP2]+K[i,52]·U[i+NP+1+NPP2]+

+K[i,53]·U[i+NN+NP+1+NPP2]+K[i,54]·U[i+NP-1+NPP2]+

+K[i,55]·U[i+NN-1+NPP2]+K[i,56]·U[i-NN+1+NPP2]+

+K[i,57]·U[i-NP+1+NPP2]. (9)

Уравнение для следующих составляющих сил по осям У и Z отличаются от предыдущих лишь тем, что в индексы составляющих сил и элементов глобальной матрицы жесткости системы на место i пишутся соответственно i+NPP и i+NPP2.

Например, F[i+NPP]=

=K[i+NPP,1]··U[i-NN-NP-1]+K[i+NPP,2]·U[i-NP-1]+...

+K[i+NPP,57]·U[i-NP+1+NPP2] и F[i+NPP2]=

=K[i+NPP2,1]·U[i-NN-NP-1]+ K[i+NPP2,2]·U[i-NP-1]+...

+K[i+NPP2,57]·U[i-NP+1+NPP2].

Установленный при записи уравнений (9) порядок нумерации коэффициентов определяет форму записи глобальной матрицы жесткости и правило нумерации ее элементов. Глобальная матрица жесткости системы содержат NPP3 строк по 45 элементов в строке и имеет вид:

$$\left[K\right]=\begin{bmatrix} K\left[1,1\right], K\left[1,2\right], K\left[1,3\right],\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, K\left[1,45\right] \\ K\left[2,1\right], K\left[2,2\right], K\left[2,3\right],\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, K\left[2,45\right] \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ K\left[NPP2,1\right], K\left[NPP2,2\right], K\left[NPP2,3\right],\ldots, K\left[NPP2,45\right] \end{bmatrix}. \quad (10)$$

ISSN: 2616-7263. eISSN: 2663-1261

Теперь рассмотрим некоторый конечный элемент-тетраэдр, имеющий вершины i, j, k и l с индексом H=0 и C=0. Предложим, что для этого элемента определена матрица жесткости [k]. Ниже приводится выражение, из которого ясна закономерность нумераций элементов этой матрицы, т.е. матрицы [k].

$$\begin{Bmatrix} F[i] \\ F[j] \\ F[k] \\ F[I] \\ F[i+NPP] \\ F[j+NPP] \\ F[k+NPP] \\ F[I+NPP] \\ F[i+NPP2] \\ F[j+NPP2] \\ F[k+NPP2] \\ F[I+NPP2] \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k[1,1], & k[1,2], & \ldots & ,k[1,12] \\ k[2,1], & k[2,2], & \ldots & ,k[2,12] \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ k[12,1], & k[12,2], & \ldots & ,k[12,12] \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} U[i] \\ U[j] \\ U[k] \\ U[I] \\ U[i+NPP] \\ U[j+NPP] \\ U[k+NPP] \\ U[I+NPP] \\ U[i+NPP2] \\ U[j+NPP2] \\ U[k+NPP2] \\ U[I+NPP2] \end{Bmatrix}. \qquad (11)$$

Здесь – вектор – компонент сил, действующих в вершинах i, j, k и l элемента-тетраэдра.

Первые четыре строки матрицы жесткости элемента [k] содержат коэффициенты, связывающие горизонтальные компоненты узловых сил со всеми составляющими перемещений вершин элемента-тетраэдра, следующие четыре строки - вертикальные составляющие узловых сил со всеми составляющими узловых перемещений, а последние четыре строки - компоненты узловых по оси z со всеми составляющими перемещений узлов.

Установим правила переадресации членов матрица [k] в ячейки глобальный матрицы жесткости [k].

Член матрицы жесткости тетраэдра k[1,1], как следует из выражения (11), связывает значение горизонтальной компоненты F[i] силы по оси X, действующей в узле i, с горизонтальным перемещением u[i] по оси X. В соответствии с записью (9) этот член должен суммироваться с элементом К[i,8] глобальной матрицы жесткости системы. Член k[1,2] связывает ту же компоненту силы (так как находится тоже в первой строке матрицы [k]) с компонентов перемещения по оси X узла, имеющего номера J. Как следует из рисунка 2, номер J для тетраэдров с индексами H=0 и C=0 равен i+NN+1 (горизонтальная по оси X компонента перемещения этого узла –U[i+NN+1]. Из анализа выражения (9) легко устанавливается, что элемент k[1,2] суммируется с членом к[i,11] матрицы [к]. Рассуждая аналогично, можно получить взаимосвязь в нумерации элементов [k] и членов глобальной матрицы жесткости системы [к].

Вышеприведенные зависимости для адресации элементов МЖЭ [k] в МЖС [к] можно написать при помощи вспомогательного числового массива KU.

Часовой массив KU[6,48]

ISSN: 2616-7263. eISSN: 2663-1261

H=0 C=0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	11	9	13	27	30	28	32	46	49	47	51	5	8	6	16

17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
24	27	25	35	43	46	44	54	7	10	8	12	26	29	27	31

33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
45	48	46	50	3	19	4	8	22	38	23	27	41	57	42	46

H=0 C=1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	11	15	10	27	30	34	29	46	49	53	48	5	8	12	7

17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
24	27	31	26	43	46	50	45	1	4	8	3	20	2	27	22

33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
39	42	46	41	6	9	13	8	25	28	32	27	44	47	51	46

H=0 C=2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
3	11	13	15	27	30	32	34	46	49	51	53	5	8	16	12

17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
24	27	35	31	43	46	54	50	3	19	8	10	22	38	27	29

33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
41	57	46	48	1	4	6	8	20	23	25	27	39	42	44	46

H=1 C=0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	14	10	15	27	33	29	34	46	52	48	53	2	8	4	9

17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
21	27	23	28	40	46	42	47	6	12	8	13	25	31	27	32

33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
44	50	46	51	1	7	3	8	20	26	22	27	39	45	41	46

H=1 C=1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	14	13	12	27	33	32	31	46	52	51	50	2	8	17	6

17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
21	27	36	25	40	46	55	44	3	18	8	7	22	37	27	26

33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
41	56	46	45	4	10	9	8	23	29	28	27	42	48	47	46

H=1 C=2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	14	15	13	27	33	34	32	46	52	53	51	2	8	9	17

17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
21	27	28	36	40	46	47	55	1	7	8	6	20	26	27	25

33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
39	45	46	44	3	18	10	8	22	37	29	27	41	56	48	46

Вышеизложенная методика позволяет определять напряженно-деформированное состояние конструкций дорожных одежд под воздействием транспортных средств методом конечных элементов.

Результаты и обсуждение

В результате проведенного исследования был разработан метод, позволяющий эффективно определять напряженно-деформированное состояние конструкций дорожных одежд с использованием метода конечных элементов (МКЭ). Применяя описанный подход, мы получили значимые результаты, касающиеся формирования глобальной матрицы жесткости и учета узловых нагрузок.

Анализ полученных результатов построения матрицы жесткости: мы применили регулярную дискретизацию расчетной области, что оказало положительное влияние на точность моделирования. Это позволило снизить вычислительные затраты и упростить процесс составления глобальной матрицы жесткости [K]. Результаты подтверждают, что использование аналитических зависимостей при нумерации узлов в «i-объединениях» улучшает структурную согласованность и ускоряет сборку/разборку матрицы.

Учет сил тяжести: результаты показали, что адекватное распределение весов элементов конструкции на узлы значительно увеличивает точность моделирования ответных реакций структур на нагрузки. Это также позволяет более точно оценить влияние различных материалов на прочностные характеристики конструкций дорожных одежд.

Экспериментальные проверки методики: в процессе исследования были проведены численные эксперименты с использованием различных конфигураций дорожных конструкций под влиянием транспортных нагрузок. Результаты расчетов, выполненных по предложенному методу, совпали с данными, полученными из экспериментальных исследований. Это подтверждает высокую надежность данного метода для анализа сложных систем.

Метод конечных элементов, описанный в данной работе, предоставляет расширенные возможности для изучения нагрузочно-деформированного состояния конструкций. В частности, регулярная разбивка расчетной области и простая система нумерации узлов углубляет понимание взаимосвязей и взаимодействий между элементами при нагрузках.

Также следует отметить, что применение данного метода можно адаптировать для различных типов конструкций, что делает его универсальным инструментом в инженерной практике. Однако важно помнить, что высокое качество расчетов во многом зависит от выбора элементов, их качества и правильного описания физико-механических свойств материалов.

Заключение

В ходе исследования представленный метод показал свою эффективность в моделировании напряженно-деформированного состояния конструкций дорожных одежд. Основные результаты, полученные в ходе работы, наглядно демонстрируют влияние регулярной дискретизации и правильного учета узловых нагрузок на точность анализа. Успех данной методики открывает новые горизонты для дальнейших исследований в области проектирования и оптимизации конструкций, что, в свою очередь, ведет к повышению безопасности и долговечности дорожных объектов.

Приведенная методика демонстрирует эффективное использование регулярной дискретизации расчетной области, что позволяет упростить построение и анализ глобальной матрицы жесткости. Применение метода МКЭ с учетом влияния внешних нагрузок и сил тяжести через распределение нагрузок по узлам обеспечивает высокую точность в моделировании деформаций и напряжений в строительных элементах. Также была рассмотрена структура матрицы жесткости для конечных элементов и их взаимодействие при формировании глобальной матрицы, что позволяет более точно анализировать поведение конструкций под воздействием внешних факторов, таких, как транспортные нагрузки. Применение представленных методов в расчетах дорожных покрытий и других строительных сооружений способствует повышению надежности и точности проектных решений в области инженерных расчетов. Данный метод успешно применяется в задачах анализа конструкций дорожных одежд, где важна точная оценка напряженно-деформированного состояния в условиях различных эксплуатационных нагрузок.

Вклад авторов:

А.Е. Тойлыбаев: разработал общую концепцию исследования, сформулировал задачи анализа напряженно-деформированного состояния конструкций, а также руководил процессом написания статьи.

С.Р. Турсынбекова: провела теоретический анализ метода конечных элементов, участвовала в разработке алгоритмов формирования глобальной матрицы жесткости и проверке их корректности.

А.С. Айтхожина: отвечала за программную реализацию предложенных методик, а также выполнила численные эксперименты и проанализировала их результаты.

О. Абдрашев: участвовал в разработке методики учета граничных условий и оптимизации вычислительных процедур, внес вклад в интерпретацию результатов исследования.

У.А. Усипбаев, Т. Муташ: занимался подготовкой иллюстративных примеров и тестированием предложенных методов на практике, а также участвовал в редактировании статьи.

Список литературы

1. Зенкевич, О.К., Тейлор, Р.Л. (2005). Метод конечных элементов: Том 1: Базис. Эльзевир.

2. Бате, К.Д. (1996). Конечно-элементные процедуры. Прентис Холл.

3. Кук, Р.Д., Малкус, Д.С., и Плеша, М.Е. (2002). Понятия и приложения метода конечных элементов. Вайли.

4. Тимошенко, С., Гудье, Ж.Н. (1970). Теория упругости. Макгроу-Хилл.

5. Хьюз, Т.Д.Р. (2000). Метод конечных элементов: линейный статический и динамический анализ методом конечных элементов. Прентис Холл.

6. Сабо, Б., Бабушка, И. (1991). Анализ методом конечных элементов. Джон Уайли и сыновья.

7. Редди, Д.Н. (2006). Введение в метод конечных элементов. Макгроу-Хилл.

8. Стрэнг, Г., Фикс, Г.Д. (2007). Анализ метода конечных элементов. Уэллсли-Кембридж Пресс.

9. Акин, Э., Селига, Д. (2008). Вычислительный анализ нелинейных структурных задач и задач течения жидкости. Пресс CRC.

10. Абакус. (2020). Документация Abaqus 2020. Dassault Systèmes.

А.Е. Тойлыбаев*[1], С.Р. Турсынбекова[2], А.С.Айтхожина[2], Ө.Әбдірашев[2], У.А.Усипбаев[3], Т.Муташ[2]
[1]М.Тынышпаева атындағы ALT университеті, Алматы қ.
[2]ҚеАҚ «Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті», Астана қ.
3М.Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан университеті, Шымкент.

Соңғы элементтер әдісін пайдалана отырып, конструкциялардың кернеулі-деформацияланған жай-күйінің міндеттерін шешу үшін қаттылықтың жаһандық матрицасын құру әдістемесі

Аңдатпа. Мақалада соңғы элементтердің қаттылық матрицалары негізінде жүйелердің қаттылық матрицасын құру әдістері қарастырылады. Есептік саланы тұрақты дискреттеудің тиімді тәсілдерінің бірі сипатталады, бұл ауырлық күшін қоса алғанда, сыртқы жүктемелерді неғұрлым дәл ескеруге мүмкіндік береді. Кеңістіктік модельдеу контекстінде тораптық жүктемелер мен олардың өзара байланыстарын есептеу үшін формулалар келтірілген. Сондай-ақ түйіндерді нөмірлеу және жаһандық қаттылық матрицасының элементтерін адрестеу ерекшеліктері талқыланады, бұл конструкциялардың кернеу-деформацияланған жай-күйін талдау үшін барабар модельді қамтамасыз етеді. Ұсынылған әдісті қолдану жол төсемдері конструкцияларының көлік құралдарынан түсетін жүктемелерге реакциясын тиімді анықтауға мүмкіндік береді.

Түйін сөздер: соңғы элементтер әдісі, қаттылық матрицасы, кернеу-деформацияланған жай-күй, көлік жүктемелері, тұрақты дискретизация, тораптық жүктемелер, жаһандық қаттылық матрицасы, жол төсемдерінің конструкциясы.

A.E. Toilybaev*[1], S.R. Tursynbekova[2], A.S. Aitkhozhina[2], O. Abdrashev[2], U.Usipbaev[3], T.Mutash[2]
[1]ALT university named after M. Tynyshpayeva, Almaty
[2]«L.N. Gumilyov Eurasian National University», Astana
[3]South Kazakhstan University named after M. Auezov, Shymkent

Methodology for constructing a global stiffness matrix for solving stress-strain problems of structures using the finite element method

Abstract: The article discusses methods for constructing a stiffness matrix of systems based on finite element stiffness matrices. One of the effective ways to regularly sample the calculated area is described, which allows you to more accurately take into account external loads, including gravity. Formulas are provided for calculating nodal loads and their relationships in the context of spatial modeling. The features of node numbering and addressing of global stiffness matrix elements are also discussed, which provides an adequate model for analyzing the stress-strain state of structures. Application of proposed method makes it possible to effectively determine reactions of road pavement structures to loads from vehicles.

Keywords: finite element method, stiffness matrix, stress-strain state, transpor

References

1. Zienkiewicz, O.C., & Taylor, R.L. (2005). The Finite Element Method: Volume 1: The Basis. Elsevier.

2. Bathe, K.J. (1996). Finite Element Procedures. Prentice Hall.

3. Cook, R.D., Malkus, D.S., & Plesha, M.E. (2002). Concepts and Applications of Finite Element Analysis. Wiley.

4. Timoshenko, S., & Goodier, J.N. (1970). Theory of Elasticity. McGraw-Hill.

5. Hughes, T.J.R. (2000). The Finite Element Method: Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis. Prentice Hall.

6. Szabó, B., & Babuška, I. (1991). Finite Element Analysis. John Wiley & Sons.

7. Reddy, J.N. (2006). An Introduction to the Finite Element Method. McGraw-Hill.

8. Strang, G., & Fix, G.J. (2007). An Analysis of the Finite Element Method. Wellesley-Cambridge Press.

9. Akin, E., & Szeliga, D. (2008). Computational Analysis of Nonlinear Structural and Fluid Flow Problems. CRC Press.

10. Abaqus. (2020). Abaqus 2020 Documentation. Dassault Systèmes.

Сведения об авторах:

А.Е. Тойлыбаев **–** автор корреспонденции, кандидат технических наук, ассоциированный профессор, ALT университет им. М.Тынышпаева, Алматы, Казахстан.

С.Р. Турсынбекова **–** преподаватель, магистр технических наук, Евразийский национальный университет им. Л.Н.Гумилева, 010000, Астана, Казахстан.

О.Әбдірашев **–** PhD, и.о., доцента кафедры «Космическая техника и технологии», Евразийский национальный университет имени Л.Н.Гумилева, 010000, Астана, Казахстан.

А.С.Айтхожина **–** старший преподаватель, магистр технических наук, Евразийский национальный университет им. Л.Н.Гумилева, 010000, Астана, Казахстан.

У.А.Усипбаев **–** кандидат технических наук, ЮКУ имени М. Ауезова, Шымкент.

Т. Муташ **–** магистрант 2 курса, Евразийский национальный университет им. Л.Н.Гумилева, 010000, Астана, Казахстан.

А.Е. Тойлыбаев **–** хат-хабар авторы, техника ғылымдарының кандидаты, ALT университетінің доценті. М. Тынышпаева, Алматы қ. Қазақстан

С.Р. Тұрсынбекова **–** оқытушы, техника ғылымдарының магистрі, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті., 010000, Астана, Қазақстан

Ө.Әбдірашев **–** «Ғарыштық техника және технологиялар» кафедрасының доцент м.а., PhD, Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті

А.С. Айтхожина **–** магистр, аға оқытушы, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті

У. А. Усипбаев **–** техника ғылымдарының кандидаты, «М.Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан университеті» КЕАҚ, Шымкент

Т. Муташ **–** 2 курс магистранты, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті

A.E. Toilybaev – is a correspondence writer, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor at ALT University named after M.Tynyshpaeva, Almaty Kazakhstan

S.R. Tursynbekova – Lecturer, Master of Technical Sciences, L.N.Gumilyov Eurasian National University, 010000, Astana, Kazakhstan

O.Abdirashev – PhD, Acting, Associate Professor of the Department of Space Engineering and Technology, L.N.Gumilyov Eurasian National University

A.S.Aitkhozhina – Senior Lecturer, Master of Technical Sciences, L.N.Gumilyov Eurasian National University, 010000, Astana, Kazakhstan

U.A.Usypbayev – Candidate of Technical Sciences, South Kazakhstan University named after M. Auyezov, Shymkent

T.Mutash – 2 year master student, L.N.Gumilyov Eurasian National University, 010000, Astana, Kazakhstan

Copyright: © 2024 by the authors. Submitted for possible open access publication under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY NC) license (https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/).