

ISSN (Print) 2616-7263
ISSN (Online) 2663-1261

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің

ХАБАРШЫСЫ

BULLETIN

of L.N. Gumilyov Eurasian
National University

ВЕСТНИК

Евразийского национального
университета имени Л.Н. Гумилева

ТЕХНИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМДАР ЖӘНЕ ТЕХНОЛОГИЯЛАР сериясы

TECHNICAL SCIENCES AND TECHNOLOGY Series

Серия **ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИИ**

№2(127)/2019

1995 жылдан бастап шығады

Founded in 1995

Издается с 1995 года

Жылына 4 рет шығады

Published 4 times a year

Выходит 4 раза в год

Нұр-Сұлтан, 2019

Nur-Sultan, 2019

Нур-Султан, 2019

Бас редакторы
т.ғ.д., проф
Мерзадинова Г.Т. (Қазақстан)

Бас редактордың орынбасары **Жусупбеков А.Ж.**, т.ғ.д, проф.
(Қазақстан)
Бас редактордың орынбасары **Тогизбаева Б.Б.**, т.ғ.д., проф.
(Қазақстан)
Бас редактордың орынбасары **Сарсембаев Б.К.**, т.ғ.к., доцент
(Қазақстан)

Редакция алқасы

Акира Хасегава	проф. (Жапония)
Акитоши Мочизуки	проф. (Жапония)
Базарбаев Д.О.	PhD (Қазақстан)
Байдабеков А.К.	т.ғ.д., проф. (Қазақстан)
Дер Вэн Чанг	PhD, проф. (Тайвань (ROC))
Жардемев Б.Б.	т.ғ.д. (Қазақстан)
Жумагулов М.Г.	PhD (Қазақстан)
Йошинори Ивасаки	проф. (Жапония)
Калякин В.Н.	т.ғ.д., проф. (АҚШ)
Колчун М.	PhD, проф. (Словения)
Тадатсугу Танака	проф. (Жапония)
Талал Аввад	PhD, проф. (Сирия)
Хое Линг	проф. (АҚШ)
Чекаева Р.У.	а.к., проф. (Қазақстан)
Шахмов Ж.А.	PhD, доцент (Қазақстан)
Юн Чул Шин	PhD, проф. (Оңтүстік Корея)

Редакцияның мекенжайы: 010008, Қазақстан, Нұр-Сұлтан қ., Сәтбаев к-сі, 2, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, 349 б.
Тел: +7 (7172) 709-500 (ішкі 31-428). E-mail: vest_techsci@enu.kz

Жауапты хатшы, компьютерде беттеген: А. Нұрболат

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің Хабаршысы.
ТЕХНИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМДАР ЖӘНЕ ТЕХНОЛОГИЯЛАР сериясы
Меншіктенуші: ҚР БжҒМ "Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті" ШЖҚ РМК
Мерзімділігі: жылына 4 рет
Қазақстан Республикасының Ақпарат және коммуникациялар министрлігінде 27.03.2018ж.
№16991 -ж тіркеу куәлігімен тіркелген
Тиражы: 25 дана
Типографияның мекенжайы: 010008, Қазақстан, Нұр-Сұлтан қ., Қажымұқан к-сі 12/1
Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті
Тел: +7 (7172)709-500 (ішкі 31-428). Сайт: <http://bultech.enu.kz>

Editor-in-Chief
Gulnara Merzadinova, Prof. (Kazakhstan)

Deputy Editor-in-Chief **Askar Zhussupbekov, Prof.**
(Kazakhstan)
Deputy Editor-in-Chief **Baglan Togizbayeva, Prof.**
(Kazakhstan)
Deputy Editor-in-Chief **Bayandy Sarsembayev, Assoc. Prof.**
(Kazakhstan)

Editorial Board

Akira Hasegawa	Prof. (Japan)
Akitoshi Mochizuki	Prof. (Japan)
Daniyar Bazarbayev	Assoc. Prof. (Kazakhstan)
Auez Baydabekov	Prof. (Kazakhstan)
Rahima Chekaeva	Prof. (Kazakhstan)
Der Wen Chang	Prof. (Taiwan (ROC))
Eun Chul Shin	Prof. (South Korea)
Hoe Ling	Prof. (USA)
Viktor Kaliakin	Prof. (USA)
Mihail Kolchun	Prof. (Slovenia)
Zhanbolat Shakhmov	Assoc.Prof.(Kazakhstan)
Tadatsugu Tanaka	Prof. (Japan)
Talal Awwad	Prof. (Syria)
Yoshinori Iwasaki	Prof. (Japan)
Bolat Zardemov	Doctor of Engineering(Kazakhstan)
Mihail Zhumagulov	Assoc. Prof.(Kazakhstan)

Editorial address:

2, Satpayev str., of. 349, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Nur-Sultan, Kazakhstan,
010008

Tel.: +7 (7172) 709-500 (ext. 31-428), E-mail: vest_techsci@enu.kz

Responsible secretary, computer layout: Aizhan Nurbolat

Bulletin of L.N. Gumilyov Eurasian National University.
TECHNICAL SCIENCES and TECHNOLOGY Series

Owner: Republican State Enterprise in the capacity of economic conduct "L.N. Gumilyov Eurasian National University" Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan

Periodicity: 4 times a year

Registered by the Ministry of Information and Communication of the Republic of Kazakhstan

Registration certificate №16991-ж from 27.03.2018. Circulation: 25 copies

Address of Printing Office: 12/1 Kazhimukan str., L.N. Gumilyov Eurasian National University, Nur-Sultan, Kazakhstan 010008

Tel: +7 (7172) 709-500 (ext.31-428). Website: <http://bultech.enu.kz>

Главный редактор
д.т.н., проф.
Мерзадинова Г.Т. (Казахстан)

Зам. главного редактора
Зам. главного редактора
Зам. главного редактора

Жусупбеков А.Ж., д.т.н., проф. (Казахстан)
Тогизбаева Б.Б., д.т.н., проф. (Казахстан)
Сарсембаев Б.К., к.т.н. доцент (Казахстан)

Редакционная коллегия

Акира Хасегава	проф. (Япония)
Акитоши Мочизуки	проф. (Япония)
Базарбаев Д.О.	PhD (Казахстан)
Байдабеков А.К.	д.т.н., проф. (Казахстан)
Дер Вэн Чанг	PhD, проф. (Тайвань (ROC))
Жардемов Б.Б.	д.т.н. (Казахстан)
Жумагулов М.Г.	PhD (Казахстан)
Йошинори Ивасаки	проф. (Япония)
Калякин В.Н.	д.т.н., проф. (США)
Колчун М.Н.	PhD, проф. (Словения)
Тадатсугу Танака	проф. (Япония)
Талал Аввад	PhD, проф. (Сирия)
Хое Линг	проф. (США)
Чекаева Р.У.	к.а., проф. (Казахстан)
Шахмов Ж.А.	PhD, доцент (Казахстан)
Юн Чул Шин	PhD, проф. (Южная Корея)

Адрес редакции: 010008, Казахстан, г. Нур-Султан, ул. Сатпаева, 2, Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева, каб. 349
Тел: +7(7172) 709-500 (вн. 31-428). E-mail: vest_techsci@enu.kz

Ответственный секретарь, компьютерная верстка: А. Нурболат

Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева.
Серия ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИИ

Собственник: РГП на ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева" МОН РК

Периодичность: 4 раза в год

Зарегистрирован Министерством информации и коммуникаций Республики Казахстан

Регистрационное свидетельство №16991-ж от 27.03.2018 г.

Тираж: 25 экземпляров. Адрес типографии: 010008, Казахстан, г. Нур-Султан, ул. Кажимукана, 12/1,

Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева

Тел.: +7(7172)709-500 (вн.31-428). Сайт: <http://bultech.enu.kz>

**Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІНІҢ
ХАБАРШЫСЫ. ТЕХНИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМДАР ЖӘНЕ ТЕХНОЛОГИЯЛАР сериясы
№2(127)/2019**

МАЗМҰНЫ

<i>Байхожаева Б.Ұ., Абенова А.А.</i> Тағамдық өнімдердің сапасы мен қауіпсіздігін қамтамасыз ету маңызды мемлекеттік тапсырма	8
<i>Бейсенбі М.А., Ш.С. Мусабаева, Сатпаева А.К., Кусикова Н.М.</i> <i>m</i> кірістері және <i>n</i> шығыстары бар объектілердің орнықсыз және детерминделген бейберекетсіз режимдерін басқару	13
<i>Боргекова К.Б.</i> Батыс Қазақстанда жүктерді түсіру ғимаратының құрылысында құрама темірбетонды қадаларды қолдану тәжірибесі	21
<i>Ермагамбет Б.Т., Нургалиев Н.У., Маслов Н.А., Сыздықова А.А.</i> «Каражыра» кен орны көмір күлін электрфизикалық өңдеу	31
<i>Касымбек Н.М., Мустафин М.Б., Иманкулов Т.С., Азмед-Заки Д.Ж.</i> Мұнай ығыстыру есебін шешуге арналған бағдарламасын оңтайландыру	40
<i>Калаякин В.Н.</i> Анизотроптың топырақтың тұрақтылығы: кейбір маңызды мәселелердің қысқаша мазмұны	49
<i>Рамазанова Ж.М., Замалитдинова М.Г., Жангабыл М.М.</i> Титан мен оның қорытпаларын плазмалық - электролиттік оксидтермен түрлендіру процесін зерттеу	64
<i>Сансызбай Л.Ж., Оразбаев Б.Б.</i> Үй-жайдың микроклиматты басқару пайдаланатын модельдерін талдауы	70
<i>Сатыбалдина Д.Ж., Исайнова А.Н., Ташатов Н.Н., Дулатов Н.А.</i> Бөгеуілге орнықты кодтаудың сызықтық және параллель каскадты схемаларын жобалау және модельдеу	78
<i>Оразбаев Б.Б., Шангитова Ж.Е., Оразбаева К.Н., Касенова Л.Г., Жанбирова Г.А., Истаева Н.</i> Күкірт өндірісінің теормореакторы мен Клаус реакторының математикалық модельдерін гибридік тәсіл негізінде құру	87
<i>Тютеебаева Г.М., Алдиярова А.Н.</i> Алматы ЖЭО-1 де газ турбиналы қондырғысы арқылы Алматы қаласының экологиясын жақсарту	95
<i>Юсупова М.А.</i> Ферғана алқабындағы "еуропалық қалашықтағы" колониалдық қалақұрылысының ерекшеліктері (XIX ғ. соғы - XX ғ. басы)	100
<i>Чарски Й., Қуанышбаев Ж.М., Арпабеков М.І., Сүлейменов Т.Б.</i> Чехиядағы турбоагрегаттың жұмысы туралы алғашқы ақпарат	107

**BULLETIN OF L.N. GUMILYOV EURASIAN NATIONAL UNIVERSITY.
TECHNICAL SCIENCE AND TECHNOLOGY SERIES**

№2(127)/2019

CONTENTS

<i>Bayhozhaeva B.U., Abenova A.A.</i> Quality assurance and food safety - an important State task	8
<i>Beisenbi M.A, Mussabayeva Sh.S., Satpayeva A.K., Kissikova N.M.</i> Control of unstable and determined chaotic modes of the object with m inputs and with n outputs	13
<i>Borgekova K.</i> Experience of using precast concrete joint piles in the construction of a Cargo offloading facility in West Kazakhstan	21
<i>Yermagambet B.T., Nurgaliyev N.U., Maslov N.A., Syzdykova A.A.</i> Electrophysical treatment of coal ash from the Karazhyra deposit	31
<i>Kassymbek N.M., Mustafin M.B., Imankulov T.S., Akhmed-Zaki D.Zh.</i> Optimization of the program for solving oil displacement problem	40
<i>Kaliakin V.N.</i> Anisotropic Elasticity for Soils: A Synthesis of Some Key Issues	49
<i>Ramazanova Zh.M., Zamaliddinova M.G., Zhangabyly M.M.</i> Investigation of the process of modifying titanium and its alloys by plasma-electrolytic oxidation	64
<i>Sansyzybay L.Zh., Orazbayev B.B.</i> Analysis of existing models for control microclimate in premises	70
<i>Satybaldina D., Issainova A., Tashatov N., Dulatov N.</i> Design and simulation of the serial concatenated and parallel concatenated schemes for forward error correction	78
<i>Orazbayev B.B., Shangitova Zh.E., Orazbayeva K.N., Kassenova L.G., Zhanbirova G.A., Istayeva N.</i> Development of mathematical models of thermoreactor and Claus reactor of sulfur production based on hybrid method	87
<i>Tyutebayeva G.M., Aldiyarova A.N.</i> Improving the ecology of Almaty when using gas turbine installation at Almaty TPP-1	95
<i>Yusupova M.A.</i> Characteristics of the colonial town planning in "european cities" of fergana valley (end of 19 th – beginning of 20 th centuries)	100
<i>Carsky J., Kuanyshbayev Zh. M., Arpabekov M.I., Suleimenov T.B.</i> The first knowledge of operation of the turbo-roundabout in the Czech Republic	107

СОДЕРЖАНИЕ

	8
<i>Байхожжаева Б.У., Абенова А.А.</i> Обеспечение качества и безопасности продуктов питания – важное государственное поручение	
<i>Бейсенби М.А., Мусабоева Ш.С., Сатпаева А.К., Кисикова Н.М.</i> Управление неустойчивыми и детерминированными хаотическими режимами объекта с m входами и с n выходами	13
<i>Боргекова К.Б.</i> Опыт применения составных железобетонных свай в строительстве сооружения разгрузки грузов в Западном Казахстане	21
<i>Ермагамбет Б.Т., Нурғалиев Н.У., Маслов Н.А., Сыздыкова А.А.</i> Электрофизическая обработка золы угля месторождения «Каражыра»	31
<i>Касымбек Н.М., Мустафин М.Б., Иманкулов Т.С., Ахмед-Заки Д.Ж.</i> Оптимизация программы для решения задачи вытеснения нефти	40
<i>Калякин В.Н.</i> Анизотропная упругость грунтов обобщение некоторых ключевых вопросов	49
<i>Рамазанова Ж.М., Замалитдинова М.Г., Жангабыл М.М.</i> Исследование процесса модифицирования титана и его сплавов плазменно-электролитическим оксидированием	64
<i>Сансызбай Л.Ж., Оразбаев Б.Б.</i> Анализ существующих моделей управления микроклиматом помещения	70
<i>Сатыбалдина Д.Ж., Исайнова А.Н., Ташатов Н.Н., Дулатов Н.А.</i> Проектирование и моделирование последовательных и параллельных каскадных схем помехоустойчивого кодирования	78
<i>Оразбаев Б.Б., Шангитова Ж.Е., Оразбаева К.Н., Касенова Л.Г., Жанбирова Г.А., Истаева Н.</i> Разработка математических моделей терморектора и реактора Клауса производства серы на основе гибридного метода	87
<i>Тютеебаева Г.М., Алдиярова А.Н.</i> Улучшение экологии г.Алматы при использовании ГТУ	95
<i>Юсупова М.А.</i> Особенности колониального градостроительства в «европейских городах» Ферганской долины	100
<i>Чарски Й., Куанышбаев Ж.М., Арпабеков М.И., Сулейменов Т.Б.</i> Первые знания о работе турбонаддува в Чешской Республике	107

V. N. Kaliakin

*University of Delaware, Newark, Delaware, U.S.A.
(E-mail: kaliakin@udel.edu)*

Anisotropic Elasticity for Soils: A Synthesis of Some Key Issues

Abstract: Traditionally, the elastic response of soils has been assumed to be isotropic. Natural soils are, however, more likely to exhibit anisotropic response. For example, sedimentary soils, which are typically deposited under gravity, possess different properties in the direction of deposition as opposed to the planes normal to this direction. This paper synthesizes several key issues related to anisotropic elastic material idealizations for soils. Emphasis is placed on transversely isotropic (“cross-anisotropic”) elastic material idealizations.

Keywords: elasticity, isotropy, anisotropy, orthotropic, transversely isotropic.

DOI: <https://doi.org/10.32523/2616-7263-2019-127-2-49-63>

1. Introduction. Traditionally, the elastic response of soils has been assumed to be isotropic. This was primarily done for two reasons. First, was a desire not to overly complicate analytical formulations. Second, was the lack of suitable experimental apparatus to measure the elastic constants necessary to characterize the anisotropic elastic response of soils. Over the last 35 or so years, the latter constraint has been significantly lessened, as substantial progress has been made in the development of experimental apparatus and techniques that facilitate measurement of the aforementioned elastic constants. Such measurements confirm that soils indeed exhibit elastic response, albeit at low strain levels, and that this response is typically anisotropic. Consequently, anisotropic elastic material idealizations for soils have become significantly more tractable.

This paper reviews some key issues related to anisotropic elastic material idealizations for soils. Although some of these issues have been discussed in previous papers, missing from the earlier documents was any attempt to synthesize these issues. Such a synthesis is presented in this paper.

2. Elastic Deformations in Soils

In an elastic material, the state of stress is a function only of the current state of deformation; it does not depend on the history of straining or loading. When loaded, an elastic material stores 100% of the energy due to deformation (i.e., strain energy). Upon removal of the applied loading, the material releases 100% of the stored energy and returns to its initial state; no permanent deformation is realized. Finally, the response is rate-independent; i.e., the rate at which the loading is applied has no effect upon the material response.

Elastic response is seemingly ambiguous for highly nonlinear materials such as soils [10]. However, under certain conditions, the behavior of soils is very nearly elastic. For example, Hardin and Black [6] found that at very small axial strain levels (i.e., less than 0.01%), dynamic loading tests on normally consolidated clays exhibited only very small hysteretic damping, thus indicating nearly elastic response. Subsequent experimental studies, performed in the 1980’s and 90’s, showed that the small-strain behavior of soils is generally linear elastic and time- and rate-independent [25, 11, 7, 26]. Based on the results of very careful experiments performed on a variety of geomaterials, Tatsuaoka et al. [27] subsequently concluded that such materials exhibit “imperfect elasticity,” even at strains less than 0.001%. Consequently geomaterials were considered to exhibit “quasi-elastic” response that was essentially rate-independent and nearly linear. This was consistent with the earlier findings of Hicher [7]. In summary, the exact “threshold” strain value, below which geomaterials behave truly elastically, is still debatable. Nevertheless, elastic material characteristics for such materials are commonly considered to be applicable for strains smaller than 0.001% for uncemented soils [25, 11, 7].

In granular soils elastic deformations are attributed primarily to the distortion of individual particles. This occurs at relatively low levels of loading. At higher load levels the particles will move relative to one another, resulting in a permanent (inelastic) deformation. If the load level is particularly high, the particle may also begin to crush.

In cohesive soils subjected to changes in effective stress conditions, both the shear and normal forces at points of interparticle contact undergo changes in magnitude. These changes produce an elastic bending of particles, as well as a relaxation of previously bent or distorted particles or particle clusters. Both of these phenomena occur without slippage or breakage of interparticle bonds and result in an instantaneous elastic deformation of the macroelement.

3. The Issue of Elastic Isotropy

Limited experimental results on several different sands indicate isotropic behavior upon unloading, even when the strains during loading indicated anisotropic behavior [23]. A similar conclusion was reached by Krizek [12], who presented results of unconfined compression tests on sedimented specimens of kaolin clay with different degrees of inherent anisotropy. Results for sensitive clays studied by Wong and Mitchell [28] also showed nearly isotropic elastic behavior. The associated plastic stress-strain relations were, however, anisotropic. Citing the above results for sands and clays, Lade and Nelson [14] concluded that although microscopic elastic behavior of geomaterials is randomly anisotropic and non-homogeneous, such materials can be considered as macroscopically homogeneous and isotropic. This is particularly true for remolded laboratory soil samples.

For their characterization, isotropic materials require the values of two material constants. Traditionally, the bulk modulus (K) and shear modulus (G), or the elastic (Young's) modulus (E) and Poisson's ratio (ν) have been used to characterize isotropic elastic materials. Experimental results for geomaterials indicate that they generally exhibit *nonlinear* elastic response, with K , G , and E being primarily dependent on the 1) state of stress, 2) density (or void ratio), and 3) stress history [6]. The importance of this nonlinearity has been generally recognized and a variety of models, possessing varying degrees of complexity, have been proposed [9, 10, 14, 7].

4. Anisotropic Elastic Material Idealizations

Natural soils are more likely to exhibit anisotropic response. For example, sedimentary soils, which are typically deposited under gravity, possess different properties in the direction of deposition as opposed to the planes normal to this direction. For a general homogeneous, anisotropic linear elastic (Hookian) material, in the absence of initial strains and stresses, the constitutive relations, in "direct" vector-matrix form, are given by

$$\delta \boldsymbol{\varepsilon}^e = \mathbf{A} \delta \boldsymbol{\sigma}' \quad (1)$$

where \mathbf{A} is a symmetric ($N_{rowb} * N_{rowb}$) matrix of compliance coefficients characterizing the material, $\delta \boldsymbol{\varepsilon}^e$ and $\delta \boldsymbol{\sigma}'$ are ($N_{rowb} * 1$) vectors of infinitesimal elastic strain and effective stress increments, respectively, and N_{rowb} is the number of stress and strain components (for three-dimensional analyses, $N_{rowb} = 6$; for torsionless axisymmetry, $N_{rowb} = 4$; for plane strain analyses, $N_{rowb} = 3$). For three-dimensional analyses,

$$\begin{aligned} \delta \boldsymbol{\varepsilon}^e &= \{ \delta \varepsilon_{11}^e \quad \delta \varepsilon_{22}^e \quad \delta \varepsilon_{33}^e \quad \delta \gamma_{12}^e \quad \delta \gamma_{13}^e \quad \delta \gamma_{23}^e \}^T \\ \delta \boldsymbol{\sigma}' &= \{ \delta \sigma'_{11} \quad \delta \sigma'_{22} \quad \delta \sigma'_{33} \quad \delta \sigma'_{12} \quad \delta \sigma'_{13} \quad \delta \sigma'_{23} \}^T \end{aligned}$$

where γ_{12}^e , γ_{13}^e , and γ_{23}^e are engineering shear strains, and the superscript T denotes the operation of vector transposition.

Written in "inverse" "direct" vector-matrix form, the constitutive relations are given by generalized Hooke's law; viz.,

$$\delta \boldsymbol{\sigma}' = \mathbf{D} \delta \boldsymbol{\varepsilon}^e \quad (2)$$

where \mathbf{D} , which is the inverse of \mathbf{A} , represents the symmetric ($N_{rowb} * N_{rowb}$) matrix of elastic moduli.

Due to symmetry, in their most general form, both \mathbf{A} and \mathbf{D} contain 21 independent coefficients that characterize the elastic material. The prospect of determining values for 21 material coefficients from experimental results is a formidable task. Fortunately, however, most of the important engineering materials possess some internal structure that exhibits certain symmetries that reduce the number of independent elastic coefficients required to characterize the material. For the present development, it is expedient to first consider an orthotropic material idealization.

4.1 Orthotropic Elastic Idealizations

Consider a material through each point of which pass *three* mutually perpendicular planes of elastic symmetry. If similar planes are parallel at all points in the material, then taking the $(x_1, x_2, x_3) \equiv$

(x, y, z) coordinate axes normal to these planes (i.e., along the principal directions) it follows that there should be no interaction between the various shear components or between the shear and normal components. Consequently, the compliance matrix has the following entries [15]:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1/E_1 & -\nu_{21}/E_2 & -\nu_{31}/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{12}/E_1 & 1/E_2 & -\nu_{32}/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{13}/E_1 & -\nu_{23}/E_2 & 1/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{23} \end{bmatrix} \quad (3)$$

The material constants appearing in equation (3) are defined as follows: E_1 , E_2 , and E_3 are elastic moduli associated with tension or compression in the material coordinate direction x_1 , x_2 , and x_3 , respectively. These moduli are obtained under drained conditions; they are thus defined in terms of effective stress. The G_{ij} is the elastic shear modulus that relates the shear stress σ_{ij} to the shear strain γ_{ij} , where no summation on repeated indices is implied. Finally, ν_{ij} is the Poisson's ratio that is equal to the ratio of the lateral contraction in the x_j material coordinate direction resulting from a uniaxial extension in the x_i coordinate direction [15].

Symmetry of \mathbf{A} implies that $\nu_{21}/E_2 = \nu_{12}/E_1$, $\nu_{31}/E_3 = \nu_{13}/E_1$, and $\nu_{32}/E_3 = \nu_{23}/E_2$. Thus, only *nine* of the twelve elastic constants entering equation (3) are independent; viz,

$$\boxed{E_1, E_2, E_3, \nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{23}, G_{12}, G_{13}, G_{23}}$$

4.2 Transversely Isotropic Idealizations

Due to the manner in which natural soils are deposited, it is logical to expect them to exhibit approximately transversely isotropic (or ‘‘cross-anisotropic’’) response. While this realization is not new [3, 22, 2, 5, 24], the lack of suitable experimental apparatus to accurately measure the five elastic constants associated with transverse isotropy has, in the past, precluded the use of such idealizations. More recently [8, 17, 13, 1, 21], substantial progress has been made in experimental techniques that facilitate the measurement of the aforementioned elastic constants.

Through all points of a transversely isotropic material there pass parallel planes of elastic symmetry in which all directions are elastically equivalent (i.e., planes of isotropy). Thus at each point there exists one principal direction and an *infinite* number of principal directions in a plane normal to the first direction [15]. Assume that the local material axes $(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3) \equiv (\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z})$ coincide with the global x , y and z coordinate axes (Figure 1). Furthermore, assume that the global x -axis is taken normal to the planes of isotropy, with the global y and z axes directed arbitrarily in such planes.

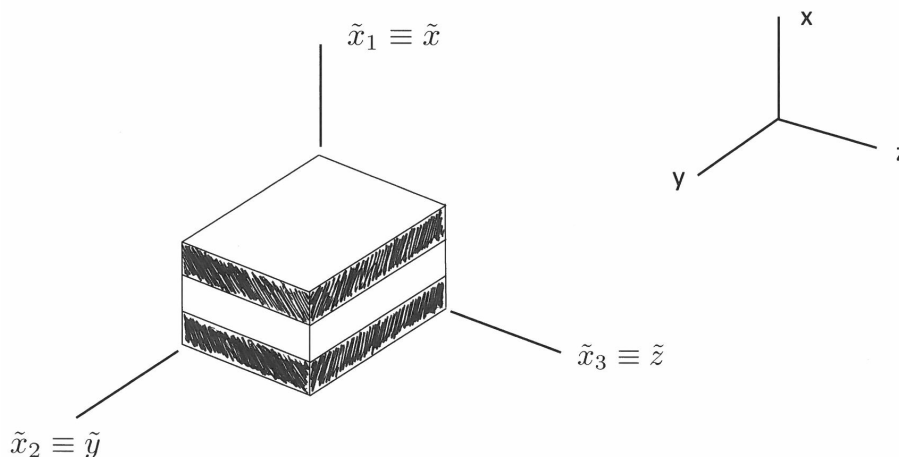


FIGURE 1 – Schematic illustration of an element of transversely isotropic material.

In light of this definition of a transversely isotropic material, and in relation to the orthotropic elastic constants given in equation (3), the following elastic constants are defined: $E_1 \equiv E_n$, where E_n is the elastic modulus for compression or tension in a direction *normal* to the plane of isotropy, and $E_2 = E_3 \equiv E_t$, where E_t is the elastic modulus for compression or tension in the plane of isotropy (i.e., in a direction tangential to the x -axis). Since the $y - z$ plane is a plane of isotropy, $\nu_{21} = \nu_{31} \equiv \nu_{tn}$, where ν_{tn} is the Poisson's ratio characterizing the lateral contraction normal to the plane of isotropy when tension is applied in the plane. The modulus $G_{12} = G_{13} \equiv G_{nt}$ is associated with shearing involving $\delta\gamma_{12}^e$ and $\delta\gamma_{13}^e$. Finally, $G_{23} \equiv G_{tt}$ characterizes shearing in the plane of isotropy. It is given by $1/G_{tt} = 2(1 + \nu_{tt})/E_t$, from which it is evident that G_{tt} is thus *not* an independent material constant.

From equation (3), symmetry of \mathbf{A} requires that $A_{23} = A_{32}$, giving $\nu_{32}/E_3 = \nu_{23}/E_2$. Since $E_2 = E_3$, it follows that $\nu_{32} = \nu_{23} \equiv \nu_{tt}$, where ν_{tt} is the Poisson's ratio characterizing transverse contraction in the plane of isotropy when tension is applied in the same plane.

Symmetry considerations also require that $A_{12} = A_{21}$ and $A_{13} = A_{31}$, giving $\nu_{21}/E_2 = \nu_{12}/E_1$ and $\nu_{31}/E_3 = \nu_{13}/E_1$. Since $\nu_{31} = \nu_{21}$, it follows that now $\nu_{13}/E_1 = \nu_{12}/E_1$, thus giving $\nu_{12} = \nu_{13} \equiv \nu_{nt}$. Here ν_{nt} is the Poisson's ratio characterizing the lateral contraction in the plane of isotropy when tension is applied normal to the plane.

When the global x -axis is taken normal to the planes of isotropy, a transversely isotropic material is thus characterized by the values of *five* material constants, namely:

$$\boxed{E_t, E_n, \nu_{nt}, \nu_{tt}, G_{nt}}$$

The compliance matrix given by equation (3) thus becomes

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1/E_n & -\nu_{tn}/E_t & -\nu_{tn}/E_t & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{nt}/E_n & 1/E_t & -\nu_{tt}/E_t & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{nt}/E_n & -\nu_{tt}/E_t & 1/E_t & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{nt} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{nt} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1 + \nu_{tt})/E_t \end{bmatrix} \quad (4)$$

where $\nu_{tn} = \nu_{nt}(E_t/E_n)$.

5. Volumetric Strain

Assuming infinitesimal kinematics, the elastic volumetric strain increment for an anisotropic elastic material described by equation (1) is

$$\begin{aligned} \delta\varepsilon_v^e &= \delta\varepsilon_{11}^e + \delta\varepsilon_{22}^e + \delta\varepsilon_{33}^e \\ &= (A_{11} + A_{21} + A_{31})\delta\sigma'_{11} + (A_{12} + A_{22} + A_{32})\delta\sigma'_{22} + (A_{13} + A_{23} + A_{33})\delta\sigma'_{33} \end{aligned} \quad (5)$$

Substituting the requisite compliance entries from equation (3) into equation (5), the elastic volumetric strain increment for an orthotropic elastic material idealization is

$$\delta\varepsilon_v^e = \frac{1}{E_1}(1 - \nu_{12} - \nu_{13})\delta\sigma'_{11} + \frac{1}{E_2}(1 - \nu_{21} - \nu_{23})\delta\sigma'_{22} + \frac{1}{E_3}(1 - \nu_{31} - \nu_{32})\delta\sigma'_{33} \quad (6)$$

For the transversely isotropic elastic material idealization defined by equation (4), equation (6) reduces to

$$\delta\varepsilon_v^e = \frac{1}{E_n}(1 - 2\nu_{nt})\delta\sigma'_{11} + \frac{1}{E_t}(1 - \nu_{tn} - \nu_{tt})\delta\sigma'_{22} + \frac{1}{E_t}(1 - \nu_{tn} - \nu_{tt})\delta\sigma'_{33} \quad (7)$$

For the special case of isotropic compression, $\delta\sigma'_{11} = \delta\sigma'_{22} = \delta\sigma'_{33}$. The elastic volumetric strain increment for an orthotropic elastic material idealization is thus

$$\delta\varepsilon_v^e = \left[\frac{1}{E_1}(1 - \nu_{12} - \nu_{13}) + \frac{1}{E_2}(1 - \nu_{21} - \nu_{23}) + \frac{1}{E_3}(1 - \nu_{31} - \nu_{32}) \right] \delta\sigma'_{11} \quad (8)$$

For a transversely isotropic elastic material subjected to a state of isotropic compression, equation (6) reduces to

$$\delta\varepsilon_v^e = \left[\frac{1}{E_n} (1 - 2\nu_{nt}) + \frac{1}{E_t} (1 - 2\nu_{tn}) + \frac{1}{E_t} (1 - 2\nu_{tt}) \right] \delta\sigma'_{11} = \frac{1}{\tilde{K}} \delta\sigma'_{11} \quad (9)$$

where \tilde{K} is a generalized bulk modulus.

For completeness, note that for an isotropic elastic material, $E_1 = E_2 = E_3 = E$, $\nu_{12} = \nu_{13} = \nu_{21} = \nu_{23} = \nu_{31} = \nu_{32} = \nu$. Equation (8) thus reduces to

$$\delta\varepsilon_v^e = \frac{1}{E} [3(1 - 2\nu)] \delta\sigma'_{11} = \frac{1}{\tilde{K}} \delta\sigma'_{11}$$

where \tilde{K} is now equal to the “drained” elastic bulk modulus $K' = E/3(1 - 2\nu)$.

6. Undrained Conditions

For a saturated anisotropic elastic soil with incompressible fluid and solid phase, under undrained conditions, equation (5) becomes

$$\delta\varepsilon_v^e = \delta\varepsilon_{11}^e + \delta\varepsilon_{22}^e + \delta\varepsilon_{33}^e = 0 \quad (10)$$

For an orthotropic elastic material idealization, equation (6) gives

$$\frac{1}{E_1} (1 - \nu_{12} - \nu_{13}) \delta\sigma'_{11} + \frac{1}{E_2} (1 - \nu_{21} - \nu_{23}) \delta\sigma'_{22} + \frac{1}{E_3} (1 - \nu_{31} - \nu_{32}) \delta\sigma'_{33} = 0 \quad (11)$$

Since the normal effective stress increments $\delta\sigma'_{11}$, $\delta\sigma'_{22}$ and $\delta\sigma'_{33}$ are, in general, non-zero, and since $E_1 > 0$, $E_2 > 0$ and $E_3 > 0$, the kinematic constraint of zero volume imposes the following constraints on the Poisson’s ratios associated with an orthotropic material idealization:

$$(1 - \nu_{12} - \nu_{13}) = 0 \quad ; \quad (1 - \nu_{21} - \nu_{23}) = 0 \quad ; \quad (1 - \nu_{31} - \nu_{32}) = 0 \quad (12)$$

For a transversely isotropic elastic material idealization, equation (7) gives

$$\frac{1}{E_n} (1 - 2\nu_{nt}) \delta\sigma'_{11} + \frac{1}{E_t} (1 - \nu_{tn} - \nu_{tt}) \delta\sigma'_{22} + \frac{1}{E_t} (1 - \nu_{tn} - \nu_{tt}) \delta\sigma'_{33} = 0 \quad (13)$$

Since the normal effective stress increments $\delta\sigma'_{11}$, $\delta\sigma'_{22}$ and $\delta\sigma'_{33}$ are, in general, non-zero, and since $E_n > 0$ and $E_t > 0$, the kinematic constraint of zero volume imposes the following constraints on the Poisson’s ratios associated with a transversely isotropic material idealization:

$$\frac{1}{E_n} (1 - 2\nu_{nt}) = 0 \quad ; \quad \frac{1}{E_t} (1 - \nu_{tn} - \nu_{tt}) = 0 \quad (14)$$

Since $E_n > 0$, the first of the constraint equations (14) gives $\nu_{nt} = 1/2$. Using this value, along with the relation $\nu_{tn} = E_t \nu_{nt} / E_n$, which is due to the symmetry of \mathbf{A} (recall equation 4), gives

$$\nu_{tn} = \frac{1}{2} \left(\frac{E_t}{E_n} \right) \quad (15)$$

Substituting equation (15) into the second constraint equation (14), and recalling that $E_t > 0$, gives

$$\nu_{tt} = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{E_t}{E_n} \right) \quad (16)$$

Lempriere [?] showed that ν_{tt} must be in the range $-1 < \nu_{tt} < 1$. Combining this fact with equation (16), the admissible range for the ratio of these elastic moduli is thus $0 < (E_t/E_n) < 4$.

In summary, since $\nu_{nt} = 1/2$ and ν_{tt} is computed using equation (16), the number of independent material constants associated with a transversely isotropic elastic idealization under undrained conditions thus *reduces* from five to three; i.e., E_n , E_t and G_{nt} .

7. Plane Strain Conditions

Consider a transverse isotropic material idealization with the global x -axis again taken normal to the planes of isotropy. The z -axis is chosen to coincide with the “long” direction of the material. As such, $\gamma_{13} = \gamma_{23} = \varepsilon_{33} = 0$. From the third of equations (4),

$$\varepsilon_{33} = -\frac{\nu_{nt}}{E_n} \sigma'_{11} - \frac{\nu_{tt}}{E_t} \sigma'_{22} + \frac{1}{E_t} \sigma'_{33} = 0 \quad \Rightarrow \quad \sigma'_{33} = E_t \left(\frac{\nu_{nt}}{E_n} \sigma'_{11} + \frac{\nu_{tt}}{E_t} \sigma'_{22} \right) \quad (17)$$

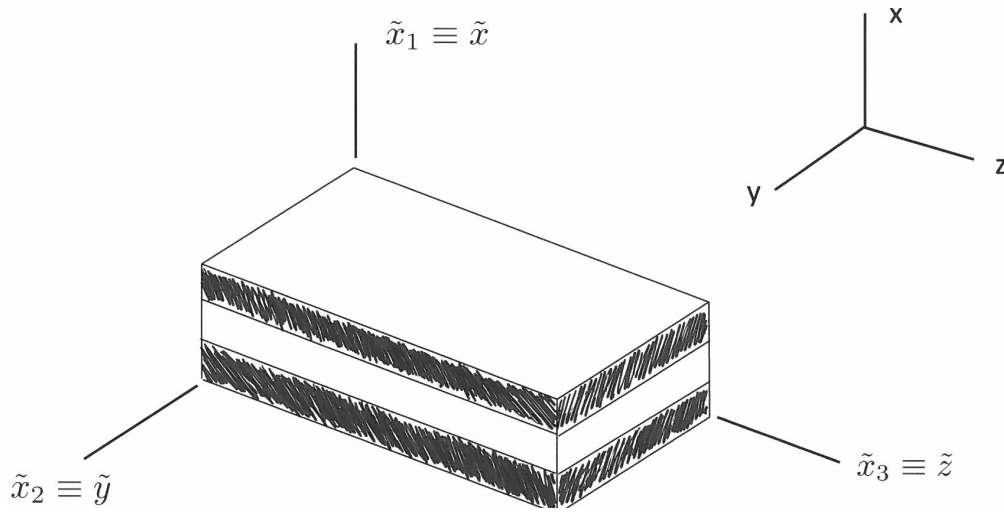


FIGURE 2 – Element of transversely isotropic material under plane strain conditions.

Substituting equation (17) into the first two of equations (4) gives the following constitutive relations:

$$\begin{Bmatrix} \delta \varepsilon_{11}^e \\ \delta \varepsilon_{22}^e \\ \delta \gamma_{12}^e \end{Bmatrix} = \frac{1}{E_t} \begin{bmatrix} n(1 - \nu_{nt}\nu_{tn}) & -\nu_{tn}(1 + \nu_{tt}) & 0 \\ -\nu_{tn}(1 + \nu_{tt}) & 1 - (\nu_{tt})^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/G_{nt} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta \sigma'_{11} \\ \delta \sigma'_{22} \\ \delta \sigma'_{12} \end{Bmatrix} \quad (18)$$

8. Axisymmetric Triaxial Conditions

Under axisymmetric triaxial conditions, only principal stresses are applied to a sample; all shear stresses and shear strains are thus zero. As such, in writing the constitutive relations, only the leading principal 3 by 3 sub-matrix of \mathbf{A} in equation (4) need be considered; viz.,

$$\begin{Bmatrix} \delta \varepsilon_{11}^e \\ \delta \varepsilon_{22}^e \\ \delta \varepsilon_{33}^e \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_n & -\nu_{tn}/E_t & -\nu_{tn}/E_t \\ -\nu_{nt}/E_n & 1/E_t & -\nu_{tt}/E_t \\ -\nu_{nt}/E_n & -\nu_{tt}/E_t & 1/E_t \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta \sigma'_{11} \\ \delta \sigma'_{22} \\ \delta \sigma'_{33} \end{Bmatrix} \quad (19)$$

Letting $n = E_t/E_n$, and recalling that due to the symmetry of \mathbf{A} , $\nu_{nt}/E_n = \nu_{tn}/E_t$, equation (19) is commonly re-written as

$$\begin{Bmatrix} \delta \varepsilon_{11}^e \\ \delta \varepsilon_{22}^e \\ \delta \varepsilon_{33}^e \end{Bmatrix} = \frac{1}{E_t} \begin{bmatrix} n & -\nu_{tn} & -\nu_{tn} \\ -\nu_{tn} & 1 & -\nu_{tt} \\ -\nu_{tn} & -\nu_{tt} & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta \sigma'_{11} \\ \delta \sigma'_{22} \\ \delta \sigma'_{33} \end{Bmatrix} \quad (20)$$

Constitutive relations for specific axisymmetric triaxial stress states are next derived. Recalling the definition of the mean normal effective stress p' and the deviator stress q ; viz.,

$$\delta p' = \frac{\delta \sigma'_1 + 2\delta \sigma'_3}{3}, \quad q = \delta \sigma'_1 - \delta \sigma'_3$$

Solving these two equations for $\delta \sigma'_1$ and $\delta \sigma'_3$ gives

$$\delta \sigma'_1 = \delta p' + \frac{2}{3}\delta q, \quad \delta \sigma'_3 = \delta p' - \frac{1}{3}\delta q \quad (21)$$

8.1 “Vertical” Specimens with $\delta \sigma'_{11} > \delta \sigma'_{22} = \delta \sigma'_{33}$

This case is shown in Figure 3. The elastic strain increments are $\delta \varepsilon_1^e \equiv \delta \varepsilon_{11}^e$, $\delta \varepsilon_2^e \equiv \delta \varepsilon_{22}^e$, $\delta \varepsilon_3^e \equiv \delta \varepsilon_{33}^e$, with $\delta \varepsilon_2^e = \delta \varepsilon_3^e$. The associated effective stress increments are $\delta \sigma'_1 \equiv \delta \sigma'_{11}$, $\delta \sigma'_2 \equiv \delta \sigma'_{22}$, and $\delta \sigma'_3 \equiv \delta \sigma'_{33}$, with $\delta \sigma'_2 = \delta \sigma'_3$.

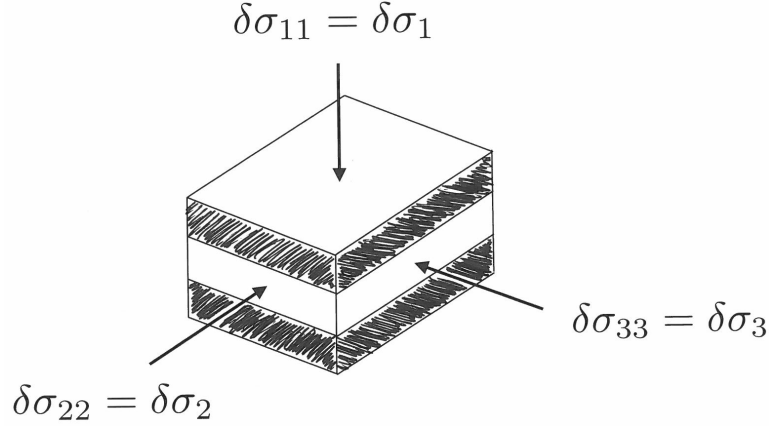


FIGURE 3 – Transversely isotropic material under axisymmetric triaxial conditions: “vertical” specimen with $\delta\sigma'_{11} > \delta\sigma'_{22} = \delta\sigma'_{33}$.

Substituting equations (21) for $\delta\sigma'_1$ and $\delta\sigma'_3$ into equations (20) gives, after some manipulation, the elastic strain increments in terms of $\delta p'$ and δq ; viz.,

$$\delta\varepsilon_{11}^e \equiv \delta\varepsilon_1^e = \frac{1}{E_t} (n \delta\sigma'_1 - 2\nu_{tn} \delta\sigma'_3) = \frac{1}{E_t} \left[(n - 2\nu_{tn}) \delta p' + \frac{2}{3} (n\nu_{tn}) \delta q \right] \quad (22)$$

$$\delta\varepsilon_{22}^e \equiv \delta\varepsilon_2^e = \frac{1}{E_t} (-\nu_{tn} \delta\sigma'_1 + (1 - \nu_{tt}) \delta\sigma'_3) = \frac{1}{E_t} \left[(1 - \nu_{tn} - \nu_{tt}) \delta p' + \frac{1}{3} (\nu_{tt} - 2\nu_{tn} - 1) \delta q \right] \quad (23)$$

$$\delta\varepsilon_{33}^e \equiv \delta\varepsilon_3^e = \frac{1}{E_t} [-\nu_{tn} \delta\sigma'_1 + (1 - \nu_{tt}) \delta\sigma'_3] = \frac{1}{E_t} \left[(1 - \nu_{tn} - \nu_{tt}) \delta p' + \frac{1}{3} (\nu_{tt} - 2\nu_{tn} - 1) \delta q \right] \quad (24)$$

where, as expected, $\delta\varepsilon_2^e = \delta\varepsilon_3^e$.

Recalling equation (5), and using equations (22) to (24), the elastic volumetric strain increment is

$$\begin{aligned} \delta\varepsilon_v^e &= \delta\varepsilon_{11}^e + \delta\varepsilon_{22}^e + \delta\varepsilon_{33}^e = \delta\varepsilon_1^e + 2\delta\varepsilon_3^e = \frac{1}{E_t} \left[(n - 2\nu_{tn})\delta\sigma'_1 + 2(1 - \nu_{tt} - \nu_{tn})\delta\sigma'_3 \right] \\ &= \frac{1}{E_t} \left\{ \left[n + 2(1 - 2\nu_{tn} - \nu_{tt}) \right] \delta p' + \frac{2}{3} (n - \nu_{tn} + \nu_{tt} - 1) \delta q \right\} \end{aligned} \quad (25)$$

For the special case of isotropic compression, $\delta\sigma'_1 = \delta\sigma'_2 = \delta\sigma'_3$. equation (25) then becomes

$$\delta\varepsilon_v^e = \frac{1}{E_t} \left[n + 2(1 - 2\nu_{tn} - \nu_{tt}) \right] \delta p'$$

The axial distortional strain increment is given by

$$\begin{aligned} \delta\varepsilon_s^e &= \frac{2}{3} (\delta\varepsilon_1^e - \delta\varepsilon_3^e) = \frac{2}{3} (\delta\varepsilon_{11}^e - \delta\varepsilon_{33}^e) \\ &= \frac{2}{3E_t} \left[(n + \nu_{tn})\delta\sigma'_1 + (\nu_{tt} - 2\nu_{tn} - 1)\delta\sigma'_3 \right] \\ &= \frac{2}{3E_t} \left\{ (n - \nu_{tn} + \nu_{tt} - 1)\delta p' + \frac{1}{3} \left[2(n + 2\nu_{tn}) - \nu_{tt} + 1 \right] \delta q \right\} \end{aligned} \quad (26)$$

For the special case of isotropic compression, $\delta q = 0$. Equation (26) thus becomes

$$\delta\varepsilon_s^e = \frac{2}{3E_t} \left[(n - \nu_{tn} - \nu_{tt}) \delta p' \right]$$

indicating that, because of anisotropy, $\delta\varepsilon_s^e \neq 0$ even though the effective stress state is isotropic.

Following the example of Graham and Houlsby [5], the elastic stress-strain are written in vector-matrix form, giving

$$\begin{Bmatrix} \delta\varepsilon_v^e \\ \delta\varepsilon_s^e \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/K^* & 1/J^* \\ 1/J^* & 1/3G^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta p' \\ \delta q \end{Bmatrix} \quad (27)$$

where, in light of equations (25) and (26),

$$\frac{1}{K^*} = \frac{1}{E_t} \left[n + 2(1 - 2\nu_{tn} - \nu_{tt}) \right] \quad (28)$$

$$\frac{1}{J^*} = \frac{2}{3E_t} [n - \nu_{tn} + \nu_{tt} - 1] \quad (29)$$

$$\frac{1}{3G^*} = \frac{2}{9E_t} \left[2(n + 2\nu_{tn}) - \nu_{tt} + 1 \right] \quad (30)$$

As a check, consider an *isotropic* material idealization. Now $\nu_{tn} = \nu_{tt} \equiv \nu$, $E_t \equiv E$ and $n = 1$. Equations (28) to (30) reduce to

$$\frac{1}{K^*} = \frac{1}{E} \left[1 + 2 - 4\nu - 2\nu \right] = \frac{3}{E} (1 - 2\nu) \Rightarrow K^* = \frac{E}{3(1 - 2\nu)} \equiv K'$$

$$\frac{1}{J^*} = \frac{2}{3E} \left[1 - \nu + \nu - 1 \right] = 0$$

$$\frac{1}{3G^*} = \frac{2}{9E} \left[2(1 + 2\nu) - \nu + 1 \right] = \frac{2(1 + \nu)}{3E} \Rightarrow G^* = \frac{E}{2(1 + \nu)} \equiv G$$

where K' is the “drained” elastic bulk modulus, and G is the elastic shear modulus. The “usual” results for isotropic elasticity are thus obtained; viz., $\delta\varepsilon_v^e = \delta p'/K'$ and $\delta\varepsilon_s^e = \delta q/(3G)$.

Recalling the definition of the increment in octahedral shear strain, written in terms of principal strains [4]; viz.,

$$\delta\gamma_{oct}^2 = \frac{1}{9} \left[(\delta\varepsilon_1 - \delta\varepsilon_2)^2 + (\delta\varepsilon_2 - \delta\varepsilon_3)^2 + (\delta\varepsilon_3 - \delta\varepsilon_1)^2 \right] \quad (31)$$

using equations (22) to (24), it is instructive to compute the following three elastic incremental principal strain differences:

$$\delta\varepsilon_1^e - \delta\varepsilon_2^e = \delta\varepsilon_{11}^e - \delta\varepsilon_{22}^e = \frac{1}{E_t} \left[(n - \nu_{tn} + \nu_{tt} - 1)\delta p' + \frac{1}{3}(2n + 4\nu_{tn} - \nu_{tt} + 1)\delta q \right]$$

$$\delta\varepsilon_2^e - \delta\varepsilon_3^e = \delta\varepsilon_{22}^e - \delta\varepsilon_{33}^e = 0$$

$$\delta\varepsilon_3^e - \delta\varepsilon_1^e = \delta\varepsilon_{33}^e - \delta\varepsilon_{11}^e = -(\delta\varepsilon_1^e - \delta\varepsilon_2^e)$$

For the special case of isotropic compression, $\delta q = 0$. Thus,

$$\delta\varepsilon_1^e - \delta\varepsilon_2^e = -(\delta\varepsilon_3^e - \delta\varepsilon_1^e) = \frac{1}{E_t} \left[(n - \nu_{tn} + \nu_{tt} - 1)\delta p' \right]$$

indicating that, because of anisotropy, $\delta\gamma_{oct}^e \neq 0$ even though the effective stress state is isotropic. Only for the case of material isotropy ($\nu_{tn} = \nu_{tt} \equiv \nu$, $E_t \equiv E$, $n = 1$) will $\delta\gamma_{oct}^e = 0$.

8.2 “Horizontal” Specimens with $\delta\sigma'_{33} > \delta\sigma'_{11} = \delta\sigma'_{22}$

This case is shown in Figure 4. The elastic strain increments are $\delta\varepsilon_1^e \equiv \delta\varepsilon_{33}^e$, $\delta\varepsilon_2^e \equiv \delta\varepsilon_{11}^e$, $\delta\varepsilon_3^e \equiv \delta\varepsilon_{22}^e$. The associated effective stress increments are $\delta\sigma'_1 \equiv \delta\sigma'_{33}$, $\delta\sigma'_2 \equiv \delta\sigma'_{11}$, and $\delta\sigma'_3 \equiv \delta\sigma'_{22}$, with $\delta\sigma'_2 = \delta\sigma'_3$.

Substituting equations (21) for $\delta\sigma'_1$ and $\delta\sigma'_3$ into equations (20) gives, after some manipulation, the elastic strain increments in terms of $\delta p'$ and δq ; viz.,

$$\delta\varepsilon_{11}^e \equiv \delta\varepsilon_2^e = \frac{1}{E_t} \left[-\nu_{tn} \delta\sigma'_1 + (n - \nu_{tn}) \delta\sigma'_3 \right] = \frac{1}{E_t} \left[(n - 2\nu_{tn})\delta p' - \frac{1}{3}(n + \nu_{tn}) \delta q \right] \quad (32)$$

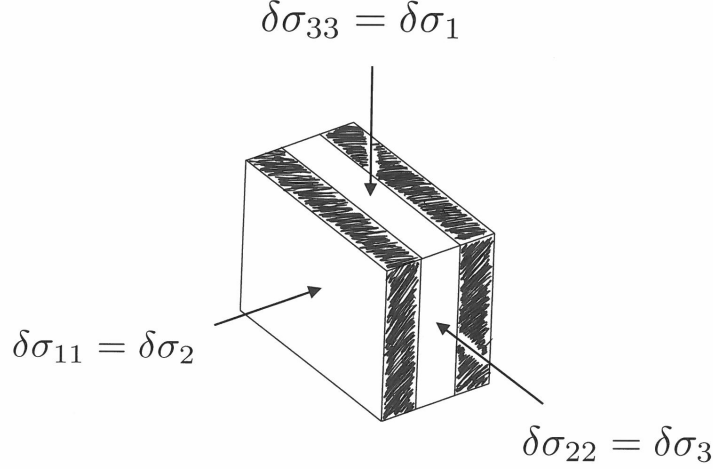


FIGURE 4 – Transversely isotropic material under axisymmetric triaxial conditions: “horizontal” specimen with $\delta\sigma'_{33} > \delta\sigma'_{11} = \delta\sigma'_{22}$.

$$\delta\varepsilon_{22}^e \equiv \delta\varepsilon_3^e = \frac{1}{E_t} (-\nu_{tt} \delta\sigma'_1 + (1 - \nu_{tn}) \delta\sigma'_3) = \frac{1}{E_t} \left[(1 - \nu_{tn} - \nu_{tt}) \delta p' + \frac{1}{3} (\nu_{tn} - 2\nu_{tt} - 1) \delta q \right] \quad (33)$$

$$\delta\varepsilon_{33}^e \equiv \delta\varepsilon_1^e = \frac{1}{E_t} \left[\delta\sigma'_1 - (\nu_{tn} + \nu_{tt}) \delta\sigma'_3 \right] = \frac{1}{E_t} \left[(1 - \nu_{tn} - \nu_{tt}) \delta p' + \frac{1}{3} (\nu_{tn} + \nu_{tt} + 2) \delta q \right] \quad (34)$$

From equations (32) and (33) it is evident that although $\delta\sigma'_{11} = \delta\sigma'_{22}$, $\delta\varepsilon_{11}^e \neq \delta\varepsilon_{22}^e$ due to anisotropy. The condition $\delta\varepsilon_{11}^e = \delta\varepsilon_{22}^e$ will, however, be realized if the material is isotropic (i.e., for $n = 1$, $E_t \equiv E$, and $\nu_{tn} = \nu_{tt} \equiv \nu$).

Recalling equation (5), and using equations (32) to (34), the elastic volumetric strain increment is

$$\begin{aligned} \delta\varepsilon_v^e &= \delta\varepsilon_{11}^e + \delta\varepsilon_{22}^e + \delta\varepsilon_{33}^e = \delta\varepsilon_1^e + \delta\varepsilon_2^e + \delta\varepsilon_3^e = \frac{1}{E_t} \left[(1 - \nu_{tn} - \nu_{tt}) \delta\sigma'_1 + (n - 3\nu_{tn} - \nu_{tt} + 1) \delta\sigma'_3 \right] \\ &= \frac{1}{E_t} \left\{ \left[n + 2(1 - 2\nu_{tn} - \nu_{tt}) \right] \delta p' + \frac{1}{3} (1 + \nu_{tn} - \nu_{tt} - n) \delta q \right\} \end{aligned} \quad (35)$$

For the special case of isotropic compression, $\delta q = 0$. Equation (35) then becomes

$$\delta\varepsilon_v^e = \frac{1}{E_t} \left[n + 2(1 - 2\nu_{tn} - \nu_{tt}) \right] \delta p'$$

The axial distortional strain increment is given by

$$\delta\varepsilon_s^e = \frac{2(1 + \nu_{tt})}{3E_t} \left[\delta\sigma'_1 - \delta\sigma'_3 \right] = \frac{2(1 + \nu_{tt})}{3E_t} \delta q \quad (36)$$

For the special case of isotropic compression, $\delta q = 0 \Rightarrow \delta\varepsilon_s^e = 0$.

The elastic stress-strain are next written in vector-matrix form, giving

$$\begin{Bmatrix} \delta\varepsilon_v^e \\ \delta\varepsilon_s^e \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/K^* & 1/J_1^* \\ 1/J_2^* & 1/3G^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta p' \\ \delta q \end{Bmatrix} \quad (37)$$

where, in light of equations (35) and (36),

$$\frac{1}{K^*} = \frac{1}{E_t} \left[n + 2(1 - 2\nu_{tn} - \nu_{tt}) \right] \quad (38)$$

$$\frac{1}{J_1^*} = \frac{1}{3E_t} \left[(1 + \nu_{tn} - \nu_{tt} - n) \right] \quad ; \quad \frac{1}{J_2^*} = 0 \quad (39)$$

$$\frac{1}{3G^*} = \frac{2(1 + \nu_{tt})}{3E_t} \quad (40)$$

For an *isotropic* material idealization, equations (38) to (40) reduce to

$$\begin{aligned} \frac{1}{K^*} &= \frac{1}{E} \left[1 + 2(1 - 2\nu - \nu) \right] = \frac{3}{E} (1 - 2\nu) \Rightarrow K^* = \frac{E}{3(1 - 2\nu)} \equiv K' \\ \frac{1}{J_1^*} &= \frac{1}{3E_t} \left[(1 + \nu - \nu - 1) \right] = 0 \\ \frac{1}{3G^*} &= \frac{2(1 + \nu)}{3E} \Rightarrow 3G^* = \frac{3E}{2(1 + \nu)} \equiv 3G \end{aligned}$$

where K' and G are again the “drained” elastic bulk and shear modulus, respectively.

Using equations (32) to (34), it is instructive to compute the three elastic incremental principal strain differences entering equation (31) for the increment in octahedral shear strain; viz.,

$$\begin{aligned} \delta\varepsilon_1^e - \delta\varepsilon_2^e &= \delta\varepsilon_{33}^e - \delta\varepsilon_{11}^e = \frac{1}{E_t} \left[(1 + \nu_{tn} - \nu_{tt} - n)\delta p' + \frac{1}{3}(2 + 2\nu_{tn} + \nu_{tt} + n)\delta q \right] \\ \delta\varepsilon_2^e - \delta\varepsilon_3^e &= \delta\varepsilon_{11}^e - \delta\varepsilon_{22}^e = \frac{1}{E_t} \left[(\nu_{tt} - \nu_{tn} + n - 1)\delta p' + \frac{1}{3}(1 - 2\nu_{tn} + 2\nu_{tt} - n)\delta q \right] \\ \delta\varepsilon_3^e - \delta\varepsilon_1^e &= \delta\varepsilon_{22}^e - \delta\varepsilon_{33}^e = \frac{1}{E_t} \left[-(1 + \nu_{tt})\delta q \right] \end{aligned}$$

For the special case of isotropic compression, $\delta q = 0$. Thus,

$$\delta\varepsilon_1^e - \delta\varepsilon_2^e = -(\delta\varepsilon_2^e - \delta\varepsilon_3^e) = \frac{1}{E_t} \left[(1 + \nu_{tn} - \nu_{tt} - n)\delta p' \right]$$

indicating that, because of anisotropy, $\delta\gamma_{oct}^e \neq 0$ even though the effective stress state is isotropic. Only for the case of material isotropy ($\nu_{tn} = \nu_{tt} \equiv \nu$, $E_t \equiv E$, $n = 1$) will $\delta\gamma_{oct}^e = 0$.

8.3 “Horizontal” Specimens with $\delta\sigma'_{22} > \delta\sigma'_{33} = \delta\sigma'_{11}$

This case is shown in Figure 5. The elastic strain increments are $\delta\varepsilon_1^e \equiv \delta\varepsilon_{33}^e$, $\delta\varepsilon_2^e \equiv \delta\varepsilon_{11}^e$, $\delta\varepsilon_3^e \equiv \delta\varepsilon_{22}^e$. The associated effective stress increments are $\delta\sigma'_1 \equiv \delta\sigma'_{33}$, $\delta\sigma'_2 \equiv \delta\sigma'_{11}$, and $\delta\sigma'_3 \equiv \delta\sigma'_{22}$, with $\delta\sigma'_2 = \delta\sigma'_3$.

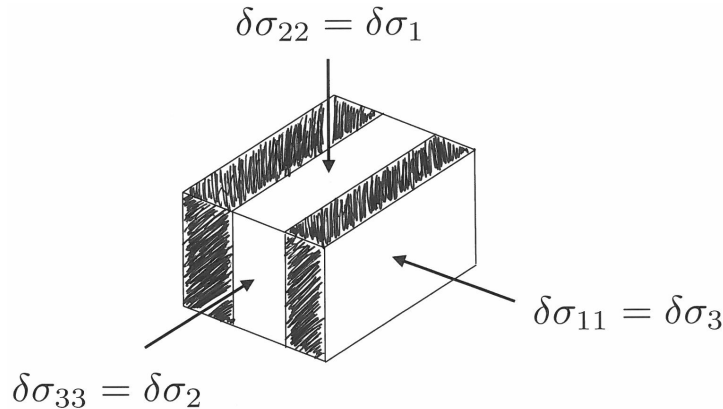


FIGURE 5 – Transversely isotropic material under axisymmetric triaxial conditions: “horizontal” specimen with $\delta\sigma'_{22} > \delta\sigma'_{33} = \delta\sigma'_{11}$.

Substituting equations (21) for $\delta\sigma'_1$ and $\delta\sigma'_3$ into equations (20) gives, after some manipulation, the elastic strain increments in terms of $\delta p'$ and δq ; viz.,

$$\delta\varepsilon_{11}^e \equiv \delta\varepsilon_3^e = \frac{1}{E_t} \left[-\nu_{tn} \delta\sigma'_1 + (n - \nu_{tn}) \delta\sigma'_3 \right] = \frac{1}{E_t} \left[(n - 2\nu_{tn})\delta p' - \frac{1}{3}(n + \nu_{tn}) \delta q \right] \quad (41)$$

$$\delta\varepsilon_{22}^e \equiv \delta\varepsilon_1^e = \frac{1}{E_t} (\delta\sigma'_1 - (\nu_{tn} + \nu_{tt}) \delta\sigma'_3) = \frac{1}{E_t} \left[(1 - \nu_{tn} - \nu_{tt}) \delta p' + \frac{1}{3}(\nu_{tn} - 2\nu_{tt} + 2) \delta q \right] \quad (42)$$

$$\delta\varepsilon_{33}^e \equiv \delta\varepsilon_2^e = \frac{1}{E_t} \left[-\nu_{tt}\delta\sigma'_1 + (1 - \nu_{tn})\delta\sigma'_3 \right] = \frac{1}{E_t} \left[(1 - \nu_{tn} - \nu_{tt})\delta p' - \frac{1}{3}(1 - \nu_{tn} + 2\nu_{tt})\delta q \right] \quad (43)$$

From equations (41) and (43) it is evident that although $\delta\sigma'_{11} = \delta\sigma'_{33}$, $\delta\varepsilon_{11}^e \neq \delta\varepsilon_{33}^e$ due to anisotropy. The condition $\delta\varepsilon_{11}^e = \delta\varepsilon_{33}^e$ will, however, be realized if the material is isotropic (i.e., for $n = 1$, $E_t \equiv E$, and $\nu_{tn} = \nu_{tt} \equiv \nu$).

The elastic volumetric strain increment is

$$\begin{aligned} \delta\varepsilon_v^e &= \delta\varepsilon_{11}^e + \delta\varepsilon_{22}^e + \delta\varepsilon_{33}^e = \delta\varepsilon_1^e + \delta\varepsilon_2^e + \delta\varepsilon_3^e = \frac{1}{E_t} \left[(1 - \nu_{tn} - \nu_{tt})\delta\sigma'_1 + (n - 3\nu_{tn} - \nu_{tt} + 1)\delta\sigma'_3 \right] \\ &= \frac{1}{E_t} \left\{ \left[n + 2(1 - 2\nu_{tn} - \nu_{tt}) \right] \delta p' + \frac{1}{3}(1 + \nu_{tn} - \nu_{tt} - n)\delta q \right\} \end{aligned} \quad (44)$$

For the special case of isotropic compression, $\delta q = 0$. Equation (44) then becomes

$$\delta\varepsilon_v^e = \frac{1}{E_t} \left[n + 2(1 - 2\nu_{tn} - \nu_{tt}) \right] \delta p'$$

The axial distortional strain increment is given by

$$\delta\varepsilon_s^e = \frac{2}{3E_t} \left[(1 + \nu_{tn})\delta\sigma'_1 - (n + \nu_{tt})\delta\sigma'_3 \right] = \frac{2}{3E_t} \left[(1 + \nu_{tn} - \nu_{tt} - n)\delta p' + \frac{1}{3}(2 + 2\nu_{tn} + \nu_{tt} + n)\delta q \right] \quad (45)$$

For the special case of isotropic compression, equation (45) becomes

$$\delta\varepsilon_s^e = \frac{2}{3E_t} \left[(1 + \nu_{tn} - \nu_{tt} - n)\delta p' \right]$$

The elastic stress-strain are next written in vector-matrix form, giving

$$\begin{Bmatrix} \delta\varepsilon_v^e \\ \delta\varepsilon_s^e \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/K^* & 1/J_1^* \\ 1/J_2^* & 1/3G^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta p' \\ \delta q \end{Bmatrix} \quad (46)$$

where, in light of equations (44) and (45),

$$\frac{1}{K^*} = \frac{1}{E_t} \left[n + 2(1 - 2\nu_{tn} - \nu_{tt}) \right] \quad (47)$$

$$\frac{1}{J_1^*} = \frac{1}{3E_t} (1 + \nu_{tn} - \nu_{tt} - n) \quad (48)$$

$$\frac{1}{J_2^*} = \frac{2}{3E_t} (1 + \nu_{tn} - \nu_{tt} - n) = \frac{2}{J_1^*} \quad (49)$$

$$\frac{1}{3G^*} = \frac{2}{9E_t} (2 + 2\nu_{tn} + \nu_{tt} + n) \quad (50)$$

The expression for $1/K^*$ given by equation (47) is identical to that for the other two configurations considered in Sections 8.1 and 8.2 (recall equations (28) and (38)).

For an *isotropic* material idealization, equations (47) to (50) reduce to

$$\frac{1}{K^*} = \frac{1}{E} \left[1 + 2(1 - 2\nu - \nu) \right] = \frac{3}{E} (1 - 2\nu) \quad \Rightarrow \quad K^* = \frac{E}{3(1 - 2\nu)} \equiv K'$$

$$\frac{1}{J_1^*} = \frac{1}{J_2^*} = 0$$

$$\frac{1}{3G^*} = \frac{2}{9E} (2 + 2\nu + \nu + 1) = \frac{2(1 + \nu)}{3E} = \frac{1}{3G}$$

where K' and G are again the “drained” elastic bulk and shear modulus, respectively.

Using equations (41) to (43), it is instructive to compute the three elastic incremental principal strain differences entering equation (31) for the increment in octahedral shear strain; viz.,

$$\begin{aligned}\delta\varepsilon_1^e - \delta\varepsilon_2^e &= \delta\varepsilon_{22}^e - \delta\varepsilon_{33}^e = \frac{1}{E_t}(1 + \nu_{tt})\delta q \\ \delta\varepsilon_2^e - \delta\varepsilon_3^e &= \delta\varepsilon_{33}^e - \delta\varepsilon_{11}^e = \frac{1}{E_t} \left[(\nu_{tn} - \nu_{tt} - n + 1)\delta p' + \frac{1}{3}(2\nu_{tn} - 2\nu_{tt} + n - 1)\delta q \right] \\ \delta\varepsilon_3^e - \delta\varepsilon_1^e &= \delta\varepsilon_{11}^e - \delta\varepsilon_{22}^e = \frac{1}{E_t} \left[(-\nu_{tn} + \nu_{tt} + n - 1)\delta p' - \frac{1}{3}(2\nu_{tn} + \nu_{tt} + n + 2)\delta q \right]\end{aligned}$$

For the special case of isotropic compression, $\delta q = 0$. Thus,

$$\delta\varepsilon_2^e - \delta\varepsilon_3^e = -(\delta\varepsilon_3^e - \delta\varepsilon_1^e) = \frac{1}{E_t} \left[(\nu_{tn} - \nu_{tt} - n + 1)\delta p' \right]$$

indicating that, because of anisotropy, $\delta\gamma_{oct}^e \neq 0$ even though the effective stress state is isotropic. Only for the case of material isotropy ($\nu_{tn} = \nu_{tt} \equiv \nu$, $E_t \equiv E$, $n = 1$) will $\delta\gamma_{oct}^e = 0$.

9. Conclusions

Some key issues associated with anisotropic elastic material idealizations of soils have been presented in this paper. Although the discussion began with the orthotropic elastic idealizations, emphasis was placed on transversely isotropic (or “cross-anisotropic”) idealizations. The issues discussed for such idealizations facilitate the use of available closed-form solutions for homogeneous, transversely isotropic elastic geotechnical engineering problems [3, 18, 19, 20].

The inclusion of such idealizations into existing and new elastoplastic and/or elastoviscoplastic constitutive models for soils requires a specific analytical form for the anisotropic idealization, as well as suitable empirical expressions for the associated elastic material constants. These two topics are, however, beyond the scope of this paper, as they depend on the specific constitutive model being used.

References

- 1 Arroyo M. and Muir Wood, D. and Greening, P. D. Source Near-Field Effects and Pulse Tests in Soil Samples//Géotechnique. -2003. -Vol. 53. -№ 3. -P. 337–345.
- 2 Atkinson, J. H. Anisotropic Elastic Deformations in Laboratory Tests on Undisturbed London Clay// Géotechnique. -1975. -Vol. 25. -№ 2. -P. 357–374.
- 3 Barden, L. Stresses and Displacements in a Cross-Anisotropic Soil// Géotechnique. -1963. -Vol. 13. -№ 3. -P. 198–210.
- 4 Desai, C. S. and Siriwardane, H. J. Constitutive Laws for Engineering Materials with Emphasis on Geologic Materials. - Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1984.
- 5 Graham, J. and Houlby, T. Anisotropic Elasticity of a Natural Clay// Géotechnique. -1983. -Vol. 33. -№ 2. -P. 165-180.
- 6 Hardin, B. O. and Black, W. L. Closure to “Vibration Modulus of Normally Consolidated Clay”// Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE. -1969. -Vol. 95. -№ SM11. -P. 1531–1537.
- 7 Hicher, P. -Y. Elastic Properties of Soils// Journal of Geotechnical Engineering, ASCE. -1996. -Vol. 122. -№ 8. -P. 641-648.
- 8 Hoque, E. and Tatsuoka, F. Anisotropy in the Elastic Deformation of Materials//Soils and Foundations. -1998. -Vol. 38. -№ 1. -P. 163-179.
- 9 Houlby, G. T. The Use of a Variable Shear Modulus in Elastic-Plastic Models for Clays//Computers and Geotechnics. -1985. -Vol. 1. -№ 1. -P. 3-13.
- 10 Houlby, G. T. and Wroth, C. P. The Variation of Shear Modulus of a Clay with Pressure and Overconsolidation Ratio//Soils and Foundations. -1991. -Vol. 31. -№ 3. -P. 138-143.
- 11 Some observations on the kinematic nature of soil stiffness//Soils and Foundations. -1992. -Vol. 32. -№ 2. -P. 111-124.
- 12 Krizek, R. J. Fabric Effects on Strength and Deformation of Kaolin Clay//Proceedings of the 9th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. 1977. Tokyo, Japan. -Vol. 1. -№ 1. -P. 169-176.
- 13 Kuwano, R. and Jardine, R. J. On the Applicability of Cross-Anisotropic Elasticity to Granular Materials at Very Small Strains//Géotechnique. -2002. -Vol. 52. -№ 10. -P. 727-749.
- 14 Lade, P. V. and Nelson, R. B. Modelling the Elastic Behaviour of Granular Materials//International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics. -1987. -Vol. 11. -P. 521-542.
- 15 Lekhnitskii, S. G. Theory of Elasticity of an Anisotropic Body. -Moscow: Mir Publishers, 1981.

- 16 Poisson's ratio in orthotropic materials//American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal. -1968. -Vol. 6. -№ 11. -P. 2226-2227.
- 17 Lings, M. L. and Pennington, D. S. and Nash, D. F. T. Anisotropic Stiffness Parameters and their Measurement in a Stiff Natural Clay// Géotechnique. -2000. -Vol. 50. -№ 2. -P. 109-125.
- 18 Milovic, D. M. and Touzot, G. Bi-Dimensional Stress Distribution in an Anisotropic Layer of Finite Thickness //Géotechnique. -1970. -Vol. 20. -№ 2. -P. 198-203.
- 19 Milovic, D. M. Stresses and Displacements in an Anisotropic Layer due to a Rigid Circular Foundation //Géotechnique. -1972. -Vol. 22. -№ 1. -P. 169-174.
- 20 Nayak, M. Elastic Settlement of a Cross Anisotropic Medium under Axi-Symmetric Loading// Soil and Foundations. -1973. -Vol. 13. -№ 2. -P. 83-90.
- 21 Nishimura, S. Assessment of anisotropic elastic parameters of saturated clay measured in triaxial apparatus: Appraisal of techniques and derivation procedures// Soil and Foundations. -2014. -Vol. 54. -№ 3. -P. 364-376.
- 22 Pickering, D. J. Anisotropic Elastic Parameters for Soil//Géotechnique. -1970. -Vol. 20. -№ 3. -P. 271-276.
- 23 Rowe, P. W. Theoretical Meaning and Observed Values of Deformation Parameters for Soil//Proceedings of the Roscoe Memorial Symposium on Stress-Strain Behavior of Soils. -Henley-on-Thames, UK: G.T. Foulis, 1971. -Vol. 1. -№ 1. -P. 143-194.
- 24 Sivakumar, V. and Doran, I. G. and Graham, J. and Johnson, A. The Effect of Anisotropic Elasticity on the Yielding Characteristics of Overconsolidated Natural Clay//Canadian Geotechnical Journal. -2001. -Vol. 38. -№ 1. -P. 125-137.
- 25 Tatsuoka, F. and Shibuya, S. Deformation characteristics of soil and rocks from field and laboratory tests//Proceedings of the 9th Asian Regional Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. -Bangkok, Thailand: International Society of Soil Mechanics and Foundation Engineering. Editor Balasubramaniam, A. S., et al. -1991. -Vol. 1. -№ 1. -P. 101-177.
- 26 Tatsuoka, F. and Jardine, R. J. and Lo Presti, D. and Di Benedetto, H. and Kodaka, T. Characterizing the pre-failure deformation properties of geomaterials//Proceedings of the 14th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. -Hamburg, Germany. -1997. -Vol. 1. -№ 1. -P. 2129-2164.
- 27 Tatsuoka, F. and Uchimura, T. and Hayano, K. and Di Benedetto, H. and Koseki, J. and Siddique, M. S. A. Time-Dependent Deformation Characteristics of Stiff Geomaterials in Engineering Practice//Proceedings of the Second International Conference on Pre-Failure Deformation Characteristics of Geomaterials. Torino, Italy: Balkema, 2001. -Vol. 2. -№ 2. -P. 1161-1262.
- 28 Wong, P. K. K. and Mitchell, R. J. Yielding and Plastic Flow of Sensitive Cemented Clays//Géotechnique. -1975. -Vol. 25. -№ 4. -P. 763-782.

В.Н. Калякин

Делавэр штатының университеті, Ньюарк, Делавэр, АҚШ

Анизотроптың топырақтың тұрақтылығы: кейбір маңызды мәселелердің қысқаша мазмұны

Аңдатпа: Дәстүрлі қалыпта жер қабатының реакциясы изотропты болуы керек еді. Алайда, табиғи топырақ анизотропты реакцияны көрсетеді. Мысалы: әдетте гравитацияға ұшырайтын шөгінді топырақтың осы бағытта перпендикулярлы ұшақтардан айырмашылығы, тұндыру бағытында әртүрлі қасиеттерге ие болуынан болып табылады. Бұл мақалада топыраққа арналған анизотропты серпімді материалдарды идеализациялауға байланысты бірнеше негізгі мәселелер жинақталып, айтылаған. Ең көп қолданылатын материалдардың көлденең изотропты ("көлденең анизотропты") идеализациясына ерекше назар аударылады.

Түйін сөздер: серпімділік, изотропия, анизотропия, ортотропия, көлденең изотропиятылық.

В.Н. Калякин

Университет штата Делавэр, Ньюарк, Делавэр, США

Анизотропная упругость грунтов обобщение некоторых ключевых вопросов

Аннотация: Традиционно эластичная реакция грунтов предполагалась быть изотропной. Природные грунты, однако, с большей вероятностью проявляют анизотропную реакцию. Например осадочные грунты, которые обычно осаждаются под действием силы тяжести, обладают различными свойствами в направлении осадения в отличие от плоскостей, перпендикулярных этому направлению. В этой статье обобщается несколько ключевых вопросов, связанных с идеализацией анизотропных упругих материалов для грунтов. Акцент делается на поперечно-изотропных ("поперечно-анизотропных") идеализациях упругого материала.

Ключевые слова: эластичность, изотропия, анизотропия, ортотропность, поперечно-изотропность.

References

- 1 Arroyo M. and Muir Wood, D. and Greening, P. D. Source Near-Field Effects and Pulse Tests in Soil Samples, *Géotechnique*, 53(3), 337–345(2003).
- 2 Atkinson, J. H. Anisotropic Elastic Deformations in Laboratory Tests on Undisturbed London Clay, *Géotechnique*, 25(2), 357–374(1975).
- 3 Barden, L. Stresses and Displacements in a Cross-Anisotropic Soil, *Géotechnique*, 13(3), 198–210(1963).
- 4 Desai, C. S. and Siriwardane, H. J. Constitutive Laws for Engineering Materials with Emphasis on Geologic Materials (Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1984).
- 5 Graham, J. and Houlsby, T. Anisotropic Elasticity of a Natural Clay, *Géotechnique*, 33(2), 165-180(1983).
- 6 Hardin, B. O. and Black, W. L. Closure to “Vibration Modulus of Normally Consolidated Clay”, *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE*, 95(SM11), 1531–1537(1969).
- 7 Hicher, P. -Y. Elastic Properties of Soils, *Journal of Geotechnical Engineering, ASCE*, 122(8), 641-648(1996).
- 8 Hoque, E. and Tatsuoka, F. Anisotropy in the Elastic Deformation of Materials, *Soils and Foundations*, 38(1), 163-179(1998).
- 9 Houlsby, G. T. The Use of a Variable Shear Modulus in Elastic-Plastic Models for Clays, *Computers and Geotechnics*, 1(1), 3-13(1985).
- 10 Houlsby, G. T. and Wroth, C. P. The Variation of Shear Modulus of a Clay with Pressure and Overconsolidation Ratio, *Soils and Foundations*, 31(3), 138-143(1991).
- 11 Some observations on the kinematic nature of soil stiffness, *Soils and Foundations*, 32(2), 111-124(1992).
- 12 Krizek, R. J. Fabric Effects on Strength and Deformation of Kaolin Clay, *Proceedings of the 9th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. 1977. Tokyo, Japan. Vol. 1. № 1. P. 169-176.*
- 13 Kuwano, R. and Jardine, R. J. On the Applicability of Cross-Anisotropic Elasticity to Granular Materials at Very Small Strains, *Géotechnique*, 52(10), 727-749(2002).
- 14 Lade, P. V. and Nelson, R. B. Modelling the Elastic Behaviour of Granular Materials, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 11, 521-542(1987).
- 15 Lekhnitskii, S. G. *Theory of Elasticity of an Anisotropic Body* (Mir Publishers, Moscow, 1981).
- 16 Poisson’s ratio in orthotropic materials, *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, 6(11), 2226-2227(1968).
- 17 Lings, M. L. and Pennington, D. S. and Nash, D. F. T. Anisotropic Stiffness Parameters and their Measurement in a Stiff Natural Clay, *Géotechnique*, 50(2), 109-125(2000).
- 18 Milovic, D. M. and Touzot, G. Bi-Dimensional Stress Distribution in an Anisotropic Layer of Finite Thickness, *Géotechnique*, 20(2), 198-203(1970).
- 19 Milovic, D. M. Stresses and Displacements in an Anisotropic Layer due to a Rigid Circular Foundation, *Géotechnique*, 22(1), 169-174(1972).
- 20 Nayak, M. Elastic Settlement of a Cross Anisotropic Medium under Axi-Symmetric Loading, *Soil and Foundations*, 13(2), 83-90(1973).
- 21 Nishimura, S. Assessment of anisotropic elastic parameters of saturated clay measured in triaxial apparatus: Appraisal of techniques and derivation procedures, *Soil and Foundations*, 54(3), 364-376(2014).
- 22 Pickering, D. J. Anisotropic Elastic Parameters for Soil, *Géotechnique*, 20(3), 271-276(1970).
- 23 Rowe, P. W. Theoretical Meaning and Observed Values of Deformation Parameters for Soil, *Proceedings of the Roscoe Memorial Symposium on Stress-Strain Behavior of Soils. Henley-on-Thames, UK: G.T. Foulis, 1971. Vol. 1. № 1. P. 143-194.*
- 24 Sivakumar, V. and Doran, I. G. and Graham, J. and Johnson, A. The Effect of Anisotropic Elasticity on the Yielding Characteristics of Overconsolidated Natural Clay, *Canadian Geotechnical Journal*. 2001. Vol. 38. № 1. P. 125-137.
- 25 Tatsuoka, F. and Shibuya, S. Deformation characteristics of soil and rocks from field and laboratory tests, *Proceedings of the 9th Asian Regional Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. -Bangkok, Thailand: International Society of Soil Mechanics and Foundation Engineering. Editor Balasubramaniam, A. S., et al. 1991. Vol. 1. № 1. P. 101–177.*
- 26 Tatsuoka, F. and Jardine, R. J. and Lo Presti, D. and Di Benedetto, H. and Kodaka, T. Characterizing the pre-failure deformation properties of geomaterials, *Proceedings of the 14th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. -Hamburg, Germany. 1997. Vol. 1. № 1. P. 2129-2164.*

- 27 Tatsuoka, F. and Uchimura, T. and Hayano, K. and Di Benedetto, H. and Koseki, J. and Siddique, M. S. A. Time-Dependent Deformation Characteristics of Stiff Geomaterials in Engineering Practice, Proceedings of the Second International Conference on Pre-Failure Deformation Characteristics of Geomaterials. Torino, Italy: Balkema, 2001. Vol. 2. № 2. P. 1161–1262.
- 28 Wong, P. K. K. and Mitchell, R. J. Yielding and Plastic Flow of Sensitive Cemented Clays, *Géotechnique*, 25(4), 763-782(1975).

Сведения об авторах

Калякин В.Н. - Делавэр штатының университеті, Ньюарк, Делавэр, АҚШ
Kaliakin V.N. – University of Delaware, Newark, Delaware, U.S.A.

Поступила в редакцию 30.04.2019

«Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің Хабаршысы. Техникалық ғылымдар және технологиялар сериясы» журналында мақала жариялау ережесі

1. Журнал мақсаты. Техника және технологияның барлық бағыттағы (есептеу техникасы, құрылыс, сәулет, геотехника, геосинтетика, көлік, машинақұрастыру, энергетика, сертификаттау және стандарттау) салаларының теориялық және эксперименталды зерттеулері бойынша мұқият тексеруден өткен ғылыми құндылығы бар мақалалар жариялау.

2. Журналда мақала жариялаушы автор мақаланың қол қойылған бір дана қағаз нұсқасын Ғылыми басылымдар бөліміне (редакцияға, мекенжайы: 010008, Қазақстан Республикасы, Астана қаласы, Қ. Сәтпаев көшесі, 2, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Бас ғимарат, 408 кабинет) және *vest_techsci@enu.kz* электрондық поштасына Word, Tex, PDF форматтарындағы нұсқаларын жіберу қажет. Мақала мәтінінің қағаз нұсқасы мен электронды нұсқалары бірдей болулары қажет. Сонымен қатар, мақаламен бірге редакцияға авторлар ілеспе хат тапсырады. Мақалалар қазақ, орыс, ағылшын тілдерінде қабылданады.

3. Автордың қолжазбаны редакцияға жіберуі мақаланың Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің Хабаршысында басуға келісін, шетел тіліне аударылып қайта басылуына келісін білдіреді. Автор мақаланы редакцияға жіберу арқылы автор туралы мәліметтің дұрыстығына, мақала көшірілмегендігіне (плагиаттың жоқтығына) және басқа да заңсыз көшірмелердің жоқтығына кепілдеме береді.

4. Мақаланың көлемі 18 беттен аспауға тиіс (6 беттен бастап).

5. Мақаланың құрылымы

FTAMPK <http://grmti.ru/>

Автор(лар)дың аты-жөні

Мекеменің толық атауы, қаласы, мемлекеті (егер авторлар әртүрлі мекемеде жұмыс жасайтын болса, онда әр автор мен оның жұмыс мекемесі қасында бірдей белгі қойылу керек)

Автор(лар)дың E-mail-ы

Мақала атауы

Аннотация (100-200 сөз; формуласыз, мақаланың атауын мейлінше қайталамауы қажет; әдебиеттерге сілтемелер болмауы қажет; мақаланың құрылысын (кіріспе /мақаланың мақсаты/ міндеттері /қарастырылып отырған сұрақтың тарихы, зерттеу әдістері, нәтижелер/талқылау, қорытынды) сақтай отырып, мақаланың қысқаша мазмұны берілуі қажет).

Түйін сөздер (6-8 сөз не сөз тіркесі. Түйін сөздер мақала мазмұнын көрсетіп, мейлінше мақала атауы мен аннотациядағы сөздерді қайталамай, мақала мазмұнындағы сөздерді қолдану қажет. Сонымен қатар, ақпараттық-ізвестіру жүйелерінде мақаланы жеңіл табуға мүмкіндік беретін ғылым салаларының терминдерін қолдану қажет).

Негізгі мәтін мақаланың мақсаты/ міндеттері/ қарастырылып отырған сұрақтың тарихы, зерттеу әдістері, нәтижелер/талқылау, қорытынды бөлімдерін қамтуы қажет.

Таблица, суреттер – аталғаннан кейін орналастырылады. Әр таблица, сурет қасында оның аталуы болуы қажет. Сурет айқын, сканерден өтпеген болуы керек.

Мақаладағы **формулалар** тек мәтінде оларға сілтеме берілсе ғана номерленеді.

Жалпы қолданыста бар **аббревиатуралар** мен **қысқартулардан** басқалары міндетті түрде алғаш қолданғанда түсіндірілуі берілуі қажет. **Қаржылай көмек туралы** ақпарат бірінші бетте көрсетіледі.

Әдебиеттер тізімі

Мәтінде әдібиеттерге сілтемелер тікжақшаға алынады. Мәтіндегі әдібиеттер тізіміне сілтемелердің номерленуі мәтінде қолданылуына қатысты жүргізілді: мәтінде кездескен әдібиетке алғашқы сілтеме [1] арқылы, екінші сілтеме [2] арқылы т.с.с. жүргізіледі.

Кітапқа жасалатын сілтемелерде қолданылған беттері де көрсетілуі керек (мысалы, [1, 45 бет]). Жарияланбаған еңбектерге сілтемелер жасалмайды. Сонымен қатар, рецензиядан өтпейтін басылымдарға да сілтемелер жасалмайды (әдібиеттер тізімін, әдібиеттер тізімінің ағылшынша эзірлеу үлгілерін төмендегі мақаланы рәсімдеу үлгісінен қараңыз).

Мақала соңындағы әдібиеттер тізімінен кейін **библиографиялық мәліметтер** орыс және ағылшын тілінде (егер мақала қазақ тілінде жазылса), қазақ және ағылшын тілінде (егер мақала орыс тілінде жазылса), орыс және қазақ тілінде (егер мақала ағылшын тілінде жазылған болса) беріледі.

Авторлар туралы мәлімет: автордың аты-жөні, ғылыми атағы, қызметі, жұмыс орны, жұмыс орнының мекен-жайы, телефон, e-mail – қазақ, орыс және ағылшын тілдерінде толтырылады.

6. Қолжазба мұқият тексерілген болуы қажет. Техникалық талаптарға сай келмеген қолжазбалар қайта өңдеуге қайтарылады. Қолжазбаның қайтарылуы оның журналда басылуына жіберілуін білдірмейді.

7. Редакцияға түскен мақала жабық (анонимді) тексеруге жіберіледі. Барлық рецензиялар авторларға жіберіледі. Автор (рецензент мақаланы түзетуге ұсыныс берген жағдайда) үш күн аралығында қайта қарап, қолжазбаның түзетілген нұсқасын редакцияға қайта жіберуі керек.

Рецензент жарамсыз деп таныған мақала қайтара қарастырылмайды. Мақаланың түзетілген нұсқасы мен автордың рецензентке жауабы редакцияға жіберіледі.

8. Төлемақы. Басылымға рұқсат етілген мақала авторларына төлем жасау туралы ескертіледі. Төлем көлемі 4500 тенге – ЕҰУ қызметкерлері үшін және 5500 тенге басқа ұйым қызметкерлеріне.

Реквизиты:

1)РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК

АО "Банк ЦентрКредит"

БИК банка: КСJBKZKX

ИИК: KZ978562203105747338

Кбе 16

Кпн 859- за статью

)РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК АО "Bank RBK"

Бик банка: KINCKZKA

ИИК: KZ498210439858161073

Кбе 16

Кпн 859 - за статью

)РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК АО "ForteBank"

БИК Банка: IRTYKZKA

ИИК: KZ599650000040502847

Кбе 16

Кпн 859 - за статью

)РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК АО "Народный Банк Казахстан"

БИК Банка: HSBKKZKX

ИИК: KZ946010111000382181

Кбе 16

Кпн 859.

"За публикацию в Вестнике ЕНУ ФИО автора"

Provision on articles submitted to the journal "Bulletin of L.N. Gumilyov Eurasian National University. Technical Science and Technology series"

1. Purpose of the journal. Publication of carefully selected original scientific works devoted to scientific issues in all areas of engineering and technology: construction, architecture, geotechnics, geosynthesis, transport, engineering, energy, certification and standardization, computer technology.

2. An author who wishes to publish an article in a journal must submit the article in hard copy (printed version) in one copy, signed by the author to the scientific publication office (at the address: 010008, Republic of Kazakhstan, Astana, Satpayev St., 2. L.N. Gumilyov Eurasian National University, Main Building, room 408) and by e-mail *vest_techsci@enu.kz* in Word, PDF and Tex format. At the same time, the correspondence between Tex-version, Word-version, PDF-version and the hard copy must be strictly maintained. And authors also need to provide the cover letter of the author(s).

Language of publications: Kazakh, Russian, English.

3. Submission of articles to the scientific publication office means the authors' consent to the right of the Publisher, L.N. Gumilyov Eurasian National University, to publish articles in the journal and the re-publication of it in any foreign language. Submitting the text of the work for publication in the journal, the author guarantees the correctness of all information about himself, the lack of plagiarism and other forms of improper borrowing in the article, the proper formulation of all borrowings of text, tables, diagrams, illustrations.

4. The volume of the article should not exceed 18 pages (from 6 pages).

5. Structure of the article

IRSTI <http://grnti.ru/>

Initials and Surname of the author (s)

Full name of the organization, city, country (if the authors work in different organizations, you need to put the same icon next to the name of the author and the corresponding organization)

Author's e-mail (s)

Article title

Abstract (100-200 words, it should not contain a formula, the article title should not repeat in the content, it should not contain bibliographic references, it should reflect the summary of the article, preserving the structure of the article - introduction/ problem statement/ goals/ history, research methods, results /discussion, conclusion).

Key words (6-8 words/word combination. Keywords should reflect the main content of the article, use terms from the article, as well as terms that define the subject area and include other important concepts that make it easier and more convenient to find the article using the information retrieval system).

The main text of the article should contain an introduction/ problem statement/ goals/ history, research methods, results / discussion, conclusion. Tables, figures should be placed after the mention. Each illustration should be followed by an inscription. Figures should be clear, clean, not scanned.

In the article, only those **formulas** are numbered, to which the text has references.

All **abbreviations**, with the exception of those known to be generally known, must be deciphered when first used in the text.

Information on **the financial** support of the article is indicated on the first page in the form of a footnote.

References

In the text references are indicated in square brackets. References should be numbered strictly in the order of the mention in the text. The first reference in the text to the literature should have the number [1], the second - [2], etc. The reference to the book in the main text of the article should be accompanied by an indication of the pages used (for example, [1, 45 p.]). References to unpublished works are not allowed.

Unreasonable references to unreviewed publications (examples of the description of the list of literature, descriptions of the list of literature in English, see below in the sample of article design).

At the end of the article, after the list of references, it is necessary to indicate bibliographic data in Russian and English (if the article is in Kazakh), in Kazakh and English (if the article is in Russian) and in Russian and Kazakh languages (if the article is English language).

Information about authors: surname, name, patronymic, scientific degree, position, place of work, full work address, telephone, e-mail - in Kazakh, Russian and English.

6. The article must be **carefully verified**. Articles that do not meet technical requirements will be returned for revision. Returning for revision does not mean that the article has been accepted for publication.

7. **Work with electronic proofreading.** Articles received by the Department of Scientific Publications (editorial office) are sent to anonymous review. All reviews of the article are sent to the author. The authors must send the proof of the article within three days.

Articles that receive a negative review for a second review are not accepted. Corrected versions of articles and the author's response to the reviewer are sent to the editorial office. Articles that have positive reviews are submitted to the editorial boards of the journal for discussion and approval for publication.

Periodicity of the journal: 4 times a year.

8. **Payment.** Authors who have received a positive conclusion for publication should make payment on the following requisites (for ENU employees - 4,500 tenge, for outside organizations - 5,500 tenge):

Реквизиты:

1) РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК

АО "Банк Центр Кредит"

БИК банка: КСJBKZKX

ИИК: KZ978562203105747338

Кбе 16

Кпн 859- за статью

2) РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК АО "Bank RBK"

Бик банка: KINCKZKA

ИИК: KZ498210439858161073

Кбе 16

Кпн 859 - за статью

3)РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК АО "ForteBank"

БИК Банка: IRTYKZKA

ИИК: KZ599650000040502847

Кбе 16

Кпн 859 - за статью

4)РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК АО "Народный Банк Казахстан"

БИК Банка: HSBKKZKX

ИИК: KZ946010111000382181

Кбе 16

Кпн 859.

Для сотрудников ЕНУ - 4500 тенге, для сторонних организаций - 5500 тенге

"За публикацию в Вестнике ЕНУ ФИО автора"

Положение о рукописях, представляемых в журнал «Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н.Гумилева. Серия Технические науки и технологии»

1. Цель журнала. Публикация тщательно отобранных оригинальных научных работ в области техники и технологий: строительство, архитектура, геотехника, геосинтетика, транспорт, машиностроение, энергетика, сертификация и стандартизация, вычислительная техника.

2. Автору, желающему опубликовать статью в журнале необходимо представить рукопись в твердой копии (распечатанном варианте) в одном экземпляре, подписанном автором в Отдел научных изданий (по адресу: 010008, Казахстан, г.Астана, ул. Сатпаева, 2, Евразийский национальный университет им. Л.Н.Гумилева, Учебно-административный корпус, каб. 408) и по e-mail vest_techsci@enu.kz в формате Tex, PDF и Word. При этом должно быть строго выдержано соответствие между Tex-файлом, Word-файлом, PDF-файлом и твердой копией. Также автору(ам) необходимо предоставить сопроводительное письмо в редакцию журнала.

Язык публикации: казахский, русский, английский.

3. Отправление статей в редакцию означает согласие авторов на право Издателя, Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева, издания статей в журнале и переиздания их на любом иностранном языке. Представляя текст работы для публикации в журнале, автор гарантирует правильность всех сведений о себе, отсутствие плагиата и других форм неправомерного заимствования в рукописи, надлежащее оформление всех заимствований текста, таблиц, схем, иллюстраций.

4. Объем статьи не должен превышать 18 страниц (от 6 страниц).

5. Схема построения статьи

ГРНТИ <http://grnti.ru/>

Инициалы и Фамилию автора(ов)

Полное наименование организации, город, страна (если авторы работают в разных организациях, необходимо поставить одинаковый значок около фамилии автора и соответствующей организации)

E-mail автора(ов)

Название статьи

Аннотация (100-200 слов; не должна содержать формулы, не должна повторять по содержанию название статьи; не должна содержать библиографические ссылки; должна отражать краткое содержание статьи, сохраняя структуру статьи – введение/ постановка задачи/ цели/ история, методы исследования, результаты/обсуждение, заключение/выводы).

Ключевые слова (6-8 слов/словосочетаний). Ключевые слова должны отражать основное содержание статьи, использовать термины из текста статьи, а также термины, определяющие предметную область и включающие другие важные понятия, позволяющие облегчить и расширить возможности нахождения статьи средствами информационно-поисковой системы).

Основной текст статьи должен содержать введение/ постановку задачи/ цели/ историю, методы исследования, результаты/обсуждение, заключение/выводы.

Таблицы, рисунки необходимо располагать после упоминания. Каждой иллюстрации должна следовать надпись. Рисунки должны быть четкими, чистыми, несканированными.

В статье нумеруются лишь те **формулы**, на которые по тексту есть ссылки.

Все **аббревиатуры** и сокращения, за исключением заведомо общеизвестных, должны быть расшифрованы при первом употреблении в тексте.

Сведения о **финансовой поддержке** работы указываются на первой странице в виде сноски.

Список литературы

В тексте ссылки обозначаются в квадратных скобках. Ссылки должны быть пронумерованы строго по порядку упоминания в тексте. Первая ссылка в тексте на литературу должна иметь номер [1], вторая - [2] и т.д. Ссылка на книгу в основном тексте статьи должна сопровождаться указанием использованных страниц (например, [1, 45 стр.]). Ссылки на неопубликованные работы не допускаются. Нежелательны ссылки на нецензурируемые издания (примеры описания списка литературы, описания списка литературы на английском языке см. ниже в образце оформления статьи).

В конце статьи, после списка литературы, необходимо указать **библиографические данные** на русском и английском языках (если статья оформлена на казахском языке), на казахском и английском языках (если статья оформлена на русском языке) и на русском и казахском языках (если статья оформлена на английском языке).

Сведения об авторах: фамилия, имя, отчество, научная степень, должность, место работы, полный служебный адрес, телефон, e-mail – на казахском, русском и английском языках.

6. Рукопись должна быть **тщательно выверена**. Рукописи, не соответствующие техническим требованиям, будут возвращены на доработку. Возвращение на доработку не означает, что рукопись принята к опубликованию.

7. Работа с электронной корректурой. Статьи, поступившие в Отдел научных изданий (редакция), отправляются на анонимное рецензирование. Все рецензии по статьям отправляются автору. Авторам в течение трех дней необходимо отправить корректуру статьи. Статьи, получившие отрицательную рецензию, к повторному рассмотрению не принимаются. Исправленные варианты статей и ответ автора рецензенту присылаются в редакцию. Статьи, имеющие положительные рецензии, представляются редколлегии журнала для обсуждения и утверждения для публикации.

Периодичность журнала: 4 раза в год.

8. Оплата. Авторам, получившим положительное заключение к опубликованию, необходимо произвести оплату по следующим реквизитам (для сотрудников ЕНУ – 4500 тенге, для сторонних организаций – 5500 тенге).

Реквизиты:

1) РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК

АО "Банк ЦентрКредит"

БИК банка: KСJВKZKX

ИИК: KZ978562203105747338

Кбе 16

Кпн 859- за статью

2) РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК АО "Bank RBK"

Бик банка: KINCKZKA

ИИК: KZ498210439858161073

Кбе 16

Кпн 859 - за статью

3)РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК АО "ForteBank"

БИК Банка: IRYUKZKA

ИИК: KZ599650000040502847

Кбе 16

Кпн 859 - за статью

4)РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК АО "Народный Банк Казахстан"

БИК Банка: HSBKKZKX

ИИК: KZ946010111000382181

Кбе 16

Кпн 859.

"За публикацию в Вестнике ЕНУ ФИО автора"

Мақаланы рәсімдеу үлгісі

МРНТИ 27.25.19

А.Ж. Жубанышева¹, Н. Темиргалиев², А.Б. Утесов³

¹ *Институт теоретической математики и научных вычислений Евразийского национального университета имени Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан*

² *Актюбинский региональный государственный университет имени К. Жубанова, Актюбе, Казахстан*

(Email: axaulezh@mail.ru, ntmath10@mail.ru, adilzhan_71@mail.ru)

Численное дифференцирование функций в контексте Компьютерного (вычислительного) перечника

Аннотация: В рамках компьютерного (вычислительного) перечника полностью решена задача приближенного дифференцирования функций, принадлежащих классам Соболева по неточной информации, полученной от произвольного конечного множества тригонометрических коэффициентов Фурье-Лебега дифференцируемой функции... [100-200 слов].

Ключевые слова приближенное дифференцирование, восстановление по неточной информации, предельная погрешность, компьютерный (вычислительный) перечник. [6-8 слов/словосочетаний].

Введение

Текст введения...

Авторам не следует использовать нестандартные пакеты LaTeX (используйте их лишь в случае крайней необходимости)

Заголовок секции

1.1 Заголовок подсекции

Окружения.

Теорема 1. ...

Лемма 1. ...

Предложение 1. ...

Определение 1. ...

Следствие 1. ...

Замечание 1. ...

Теорема 2 (Темиргалиев Н. [2]). *Текст теоремы.*

Д о к а з а т е л ь с т в о. Текст доказательства.

2. Формулы, таблицы, рисунки

$$\delta_N(\varepsilon_N; D_N)_Y \equiv \delta_N(\varepsilon_N; T; F; D_N)_Y \equiv \inf_{(l^{(N)}, \varphi_N) \in D_N} \delta_N \left(\varepsilon_N; \left(l^{(N)}, \varphi_N \right) \right)_Y, \quad (1)$$

где $\delta_N \left(\varepsilon_N; \left(l^{(N)}, \varphi_N \right) \right)_Y \equiv \delta_N(\varepsilon_N; T; F; \left(l^{(N)}, \varphi_N \right))_Y \equiv$

$$\equiv \sup_{\substack{f \in F \\ |\gamma_N^{(\tau)}| \leq 1 (\tau=1, \dots, N)}} \left\| Tf(\cdot) - \varphi_N \left(l_N^{(1)}(f) + \gamma_N^{(1)} \varepsilon_N^{(1)}, \dots, l_N^{(N)}(f) + \gamma_N^{(N)} \varepsilon_N^{(N)}; \cdot \right) \right\|_Y.$$

Таблицы, рисунки необходимо располагать после упоминания. С каждой иллюстрацией должна следовать надпись.

3. Ссылки и библиография

ТАБЛЕ 3 – Название таблицы

Простые	Не простые
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29	4, 6, 8, 9, 10, 12, 14



Рисунок 22 – Название рисунка

Для ссылок на утверждения, формулы и т. п. можно использовать метки. Например, теорема 2, Формула (1)

Для руководства по \LaTeX и в качестве примера оформления ссылок, см., например, *Львовский С.М.* Набор и верстка в пакете \LaTeX . Москва: Космосинформ, 1994.

Список литературы оформляется следующим образом.

Список литературы

- 1 Локуциевский О.М., Гавриков М.Б. Начала численного анализа. –М.: ТОО "Янус", 1995. –581 с. - **книга**
- 2 Темирғалиев Н. Компьютерный (вычислительный) поперечник как синтез известного и нового в численном анализе // Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева –2014. –Т.4. №101. –С. 16-33. **doi: ... (при наличии) - статья**
- 3 Жубанышева А.Ж., Абикенова Ш. О нормах производных функций с нулевыми значениями заданного набора линейных функционалов и их применения к поперечниковым задачам // Функциональные пространства и теория приближения функций: Тезисы докладов Международной конференции, посвященной 110-летию со дня рождения академика С.М.Никольского, Москва, Россия, 2015. – Москва, 2015. –С.141-142. - **труды конференций**
- 4 Курмуков А.А. Ангиопротекторная и гипополипидемическая активность леукомизина. –Алматы: Бастау, 2007. –С. 3-5 - **газетные статьи**
- 5 Кыров В.А., Михайличенко Г.Г. Аналитический метод вложения симплектической геометрии // Сибирские электронные математические известия –2017. –Т.14. –С.657-672. doi: 10.17377/semi.2017.14.057. – URL: <http://semr.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf>. (дата обращения: 08.01.2017). - **электронный журнал**

А.Ж. Жұбанышева¹, Н. Темірғалиев¹, А.Б. Утесов²

¹ *Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің теориялық математика және ғылыми есептеулер институты, Астана, Қазақстан*

² *Қ.Жұбанов атындағы Ақтөбе өңірлік мемлекеттік университеті, Ақтөбе, Қазақстан*

Компьютерлік (есептеуіш) диаметр мәнмәтінінде функцияларды сандық дифференциалдау

Аннотация: Компьютерлік (есептеуіш) диаметр мәнмәтінінде Соболев класында жататын функцияларды олардың тригонометриялық Фурье-Лебег коэффициенттерінің ақырлы жиынынан алынған дәл емес ақпарат бойынша жуықтау есебі толығымен шешілді [100-200 сөздер].

Түйін сөздер: жуықтап дифференциалдау, дәл емес ақпарат бойынша жуықтау, шектік қателік, Компьютерлік (есептеуіш) диаметр [6-8 сөз/сөз тіркестері].

A.Zh.Zhubanysheva¹, N. Temirgaliyev¹, A.B. Utesov²

¹ *Institute of theoretical mathematics and scientific computations of L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan*

² *K.Zhubanov Aktobe Regional State University, Aktobe, Kazakhstan*

Numerical differentiation of functions in the context of Computational (numerical) diameter

Abstract: The computational (numerical) diameter is used to completely solve the problem of approximate differentiation of a function given inexact information in the form of an arbitrary finite set of trigonometric Fourier coefficients. [100-200 words]

Keywords: approximate differentiation, recovery from inexact information, limiting error, computational (numerical) diameter, massive limiting error. [6-8 words/word combinations]

References

- 1 Lokucievskij O.M., Gavrikov M.B. Nachala chislenogo analiza [Elements of numerical analysis] (Yanus, Moscow, 1995). [in Russian]
- 2 Temirgaliyev N. Komp'yuternyj (vychislitel'nyj) poperechnik kak sintez izvestnogo i novogo v chislenom analize [Computational (numerical) diameter as a synthesis of the known and the new in numerical analysis], Vestnik Evrazijskogo nacional'nogo universiteta imeni L.N. Gumileva [Bulletin of L.N. Gumilyov Eurasian National University], 4 (101), 16-33 (2014). [in Russian]
- 3 Zhubanysheva A.Zh., AbikenovaSh.K. O normah proizvodnyh funkcij s nulevymi znachenijami zadannogo nabora linejnyh funkcionalov i ih primenenija k poperechnikovym zadacham [About the norms of the derivatives of functions with zero values of a given set of linear functionals and their application to the width problems]. Tezisy dokladov Mezhdunarodnoj konferencii, posvjashhennaja 110-letiju so dnja rozhdenija akademika S.M.Nikol'skogo "Funkcional'nye prostranstva i teorija priblizhenija funkcij" [International conference on Function Spaces and Approximation Theory dedicated to the 110th anniversary of S. M. Nikol'skii]. Moscow, 2015, pp. 141-142. [in Russian]
- 4 Kurmukov A. A. Angioprotekornaja i gipolipidemicheskaja aktivnost' leukomizina [Angioprotective and lipid-lowering activity of leukomycin] (Bastau, Almaty, 2007, P. 3-5). [in Russian]
- 5 Кyров V.A., Mihajlichenko G.G. Analiticheskij metod vlozhenija simplekticheskoj geometrii [The analytic method of embedding symplectic geometry], Cibirskie jelektronnye matematicheskie izvestija [Siberian Electronic Mathematical Reports], 14, 657-672 (2017). doi: 10.17377/semi.2017.14.057. Available at: <http://semr.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf>. [in Russian]. (accessed 08.01.2017).

Сведения об авторах:

Жубанышева А.Ж. - старший научный сотрудник Института теоретической математики и научных вычислений, Евразийский национальный университет имени Л.Н.Гумилева, ул. Сатпаева, 2, Астана, Казахстан.

Темиргалиев Н. - директор Института теоретической математики и научных вычислений, Евразийский национальный университет имени Л.Н.Гумилева, ул. Сатпаева, 2, Астана, Казахстан.

Утесов А.Б. - кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики, Актюбинский региональный государственный университет имени К. Жубанова, пр. А.Молдагуловой, 34, Актобе, Казахстан.

Zhubanysheva A.Zh. - Senior researcher of the Institute of theoretical mathematics and scientific computations, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Satpayev str., Astana, Kazakhstan.

Temirgaliyev N. - Head of the Institute of theoretical mathematics and scientific computations, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Satpayev str., Astana, Kazakhstan.

Utesov A.B. - candidate of physical and mathematical sciences, Associate Professor of the Department of Mathematics, K.Zhubanov Aktobe Regional State University, A.Moldagulova Prospect, 34, Aktobe, Kazakhstan.

Поступила в редакцию 15.05.2017

Редакторы: Г.Т. Мерзадинова

Шығарушы редактор, дизайн: А. Нұрболат

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің
Хабаршысы. Техникалық ғылымдар және технологиялар сериясы.
-2019. -1(126).- Нұр-Сұлтан: ЕҰУ.
Шартты б.т. - 12,125. Таралымы - 35 дана.

Мазмұнына типография жауап бермейді.

Редакция мекен-жайы: 010008, Нұр-Сұлтан.,
Сәтпаев көшесі, 2
Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті
Тел.: +7(7172) 70-95-00(ішкі 31-428)

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің баспасында басылды